

Podstawy Konstrukcji Maszyn - wykłady dla kierunku LiK

Serwis: Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza
Kurs: PKM Wykład
Książka: Podstawy Konstrukcji Maszyn - wykłady dla kierunku LiK
Wydrukowane przez użytkownika: Michał Batsch
Data: wtorek, 6 październik 2020, 10:25

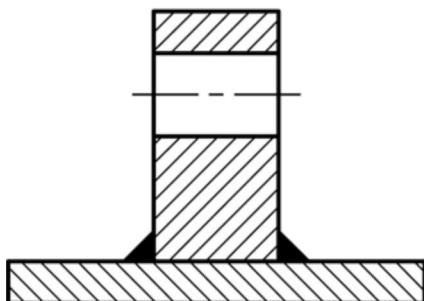
Spis treści

1. Połączenia spawane
 - 1.1. Naprężenia dopuszczalne w połączeniach spawanych
 - 1.2. Spoina czołowa
 - 1.3. Spoina pachwinowa
 - 1.4. Połączenie zakładkowe - ceownik
 - 1.5. Połączenie zakładkowe - kątownik
 - 1.6. Połączenie nakładowe
 - 1.7. Przykład konstrukcji spawanej w budowie maszyn
2. Połączenia nitowe
 - 2.1. Wytrzymałość połączeń nitowych
 - 2.2. Rodzaje nitów
3. Połączenia gwintowe
 - 3.1. Linia śrubowa
 - 3.2. Rozkład sił w połączeniu gwintowym
 - 3.3. Obliczenia wytrzymałościowe gwintów
 - 3.4. Moment dokręcania
 - 3.5. Przykłady połączeń gwintowych - Hak
 - 3.6. Przykłady połączeń gwintowych - Podnośnik śrubowy
 - 3.7. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba pasowana
 - 3.8. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba pracująca na podobieństwo sworznia
 - 3.9. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba luźna
 - 3.10. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba napędowa
 - 3.11. Połączenie gwintowe pracujące z napięciem wstępnym
 - 3.12. Łączniki gwintowe
 - 3.13. Sposoby zabezpieczania połączeń gwintowych przed luzowaniem
4. Wały
 - 4.1. Oś o stałej średnicy
 - 4.2. Oś o stałej wytrzymałości
 - 4.3. Wał napędowy
 - 4.4. Wał maszynowy
 - 4.5. Obliczenia zmęczeniowe wałów
5. Połączenia "wał-piasta"
 - 5.1. Połączenia wpustowe
 - 5.2. Połączenia wielowypustowe
 - 5.3. Wielowypust prostokątny
 - 5.4. Wielowypust ewolwentowy
 - 5.5. Połączenie rozprężno-zaciskowe
6. Łożyskowanie
 - 6.1. Łożyska ślizgowe
 - 6.2. Łożyska toczne
 - 6.3. Dobór łożysk tocznych
 - 6.4. Układy łożyskowań
7. Sprzęgła
 - 7.1. Sprzęgła sztywne
 - 7.2. Sprzęgła samonastawne
 - 7.3. Sprzęgła sterowane
 - 7.4. Sprzęgła samoczynne
8. Literatura

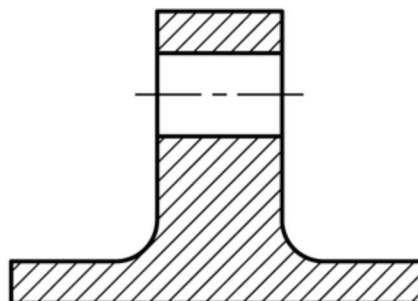
1. Połączenia spawane

Połączenie spawane uzyskuje się w wyniku zakrzepnięcia mieszaniny przetopionego materiału dodatkowego pręta (spoiwo) i nadtopionych brzegów łączonych elementów. Utworzona spoina jest połączeniem trwałym o wysokiej wytrzymałości. Połączenia spawane pozwalają na uzyskanie stosunkowo skomplikowanych kształtów pomimo niewielkich nakładów.

Konstrukcja spawana



Konstrukcja frezowana lub odlewana



Powyższy rysunek ilustruje różnice pomiędzy konstrukcją spawaną a frezowaną lub odlewaną. W celu wykonania elementu przedstawionego po lewej stronie należy przygotować płyty, które następnie są ze sobą łączone. Ubytek materiału jest niewielki (jedynie naddatki na obróbkę po spawaniu), a koszt wykonania stosunkowo niski. Aby wykonać tą samą część techniką ubytkową należy przygotować półfabrykat o większej objętości aby następnie usunąć dużą ilość materiału. Chcąc zastosować odlewanie należy z kolei zaprojektować i wykonać formę odlewniczą co wiąże się z dodatkowymi kosztami. Oczywiście zastosowanie odlewania w produkcji seryjnej jest uzasadnione podobnie jak uzasadnione w niektórych przypadkach może być zastosowanie np.: frezowania. Nie mniej jednak spawanie stanowi alternatywę dla wspomnianych technik wytwarzania i jest chętnie wykorzystywane w przemyśle. W praktyce najczęściej spotyka się spoiny czołowe i pachwinowe.

1.1. Naprężenia dopuszczalne w połączeniach spawanych

Mniejszą wytrzymałość spoiny uwzględnia się poprzez zmniejszenie wartości naprężeń dopuszczalnych dla materiałów łączonych wg wzoru:

$$k' = z k$$

gdzie:

k' - naprężenia dopuszczalne złącza spawanego,

k - naprężenia dopuszczalne dla materiałów łączonych

z - współczynnik wytrzymałości spoiny.

Spoina czołowa

$z=0,8$ - dla rozciągania

$z=1$ - dla ściskania

$z=0,9$ - dla zginania

$z=0,65$ - dla ścinania

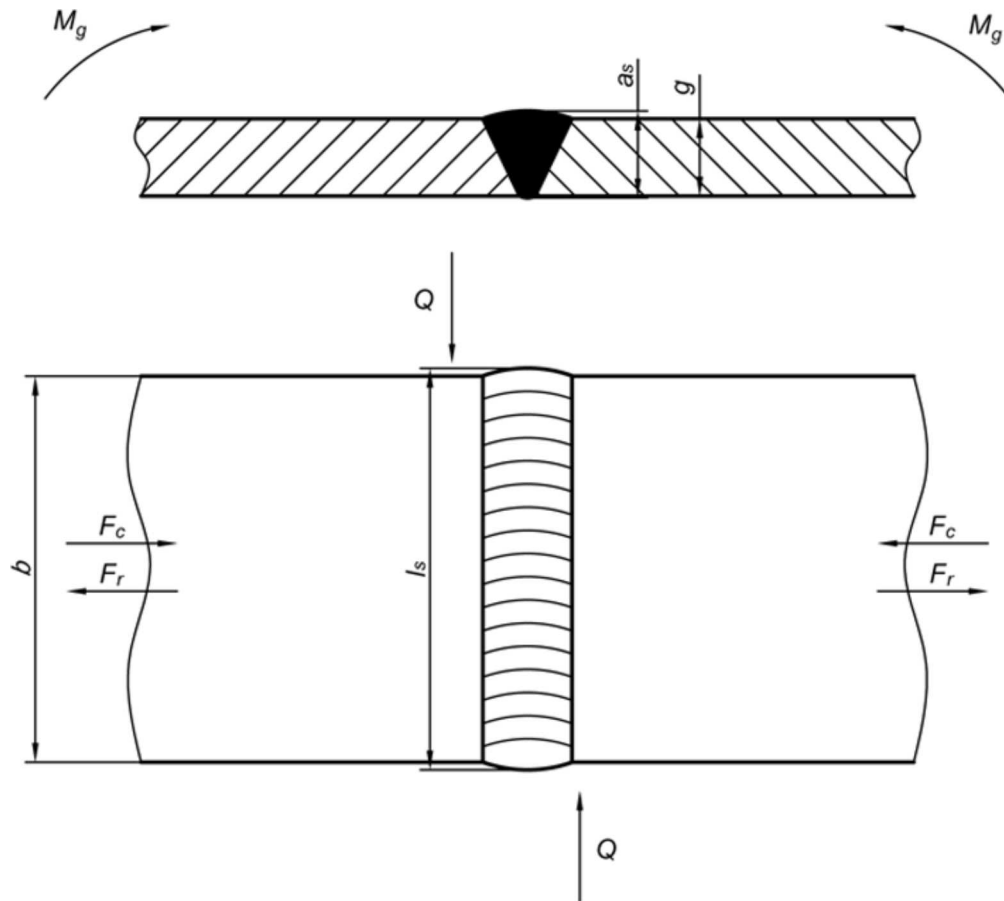
Spoina pachwinowa

$z=0,65$ - dla wszystkich rodzajów obciążeń

Podane powyżej współczynniki odnoszą się do wytrzymałości statycznej.

1.2. Spoina czołowa

Spoinę czołową przedstawiono na poniższym rysunku.



Przekrój spoiny: $A_s = a_s l_s$

Do obliczeń natomiast przyjmuje się obliczeniowy przekrój spoiny: $A_o = bg$

Zgodnie z powyższym rysunkiem w spoinie czołowej mogą występować naprężenia:

- rozciągające

$$\sigma'_r = \frac{F_r}{bg} \leq k'_r$$

- ściskające

$$\sigma'_c = \frac{F_c}{bg} \leq k'_c$$

- ścinające

$$\sigma'_t = \frac{Q}{bg} \leq k'_t$$

- gnące

$$\sigma'_g = \frac{M_g}{W_x} \leq k'_g$$

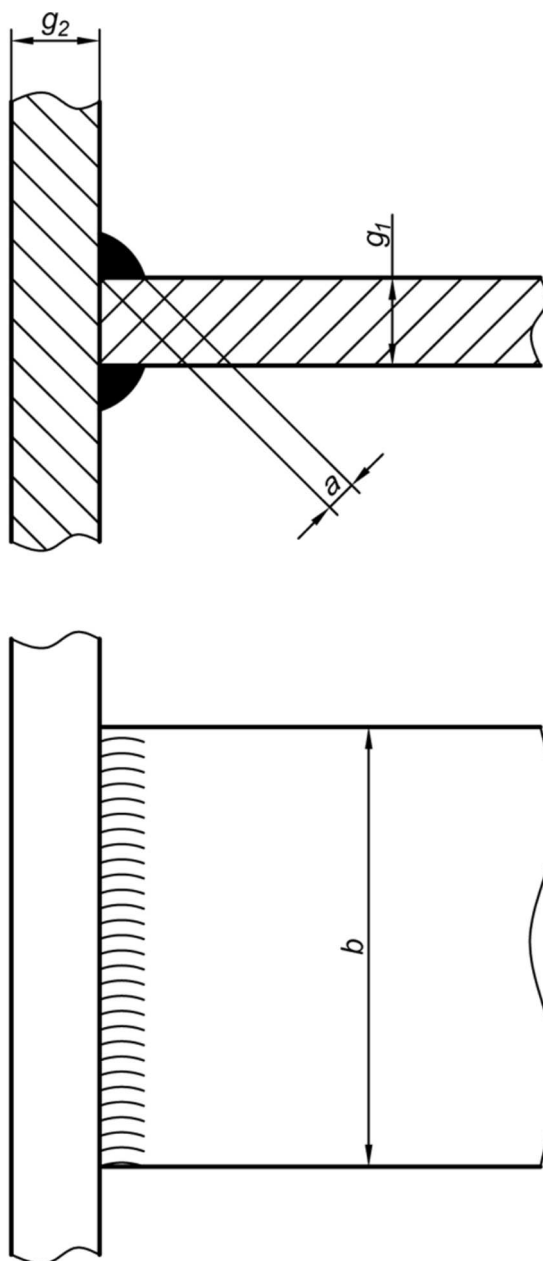
gdzie:

$$W_x = \frac{bg^2}{6}$$

to wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie.

1.3. Spoina pachwinowa

Spoinę pachwinową przedstawiono na poniższym rysunku.



Grubość spoiny oblicza się z zależności:

$$a = 0,7 g_{min}$$

gdzie:

$$g_{min} = \min(g_1, g_2)$$

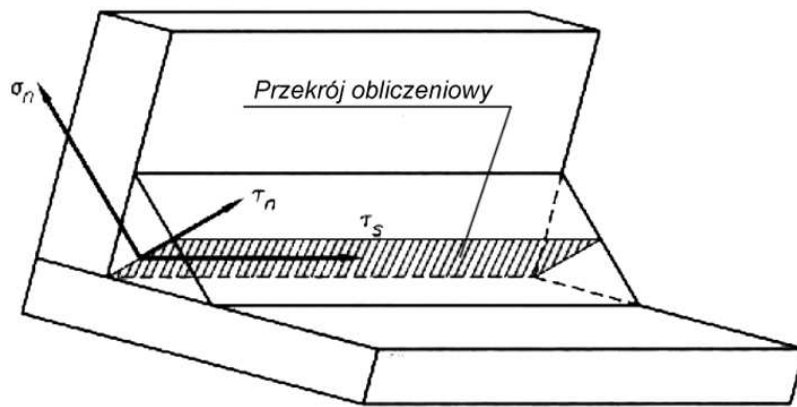
Ponadto grubość spoiny powinna spełniać poniższe warunki:

$$a \geq 2mm \wedge a \in \mathbb{N}$$

Dla jednej spoiny przekrojem obliczeniowym jest prostokąt o wysokości a i długości b , którego pole dane jest wzorem:

$$A_o = ab$$

Rozkład naprężeń w spoinie pachwinowej przedstawiono na poniższym rysunku



Wobec powyższego rysunku warunek wytrzymałościowy w złożonym stanie naprężeń przyjmuje postać:

$$\sigma_{red} = X \sqrt{\sigma_n^2 + 3(\tau_n^2 + \tau_s^2)} \leq k$$

gdzie:

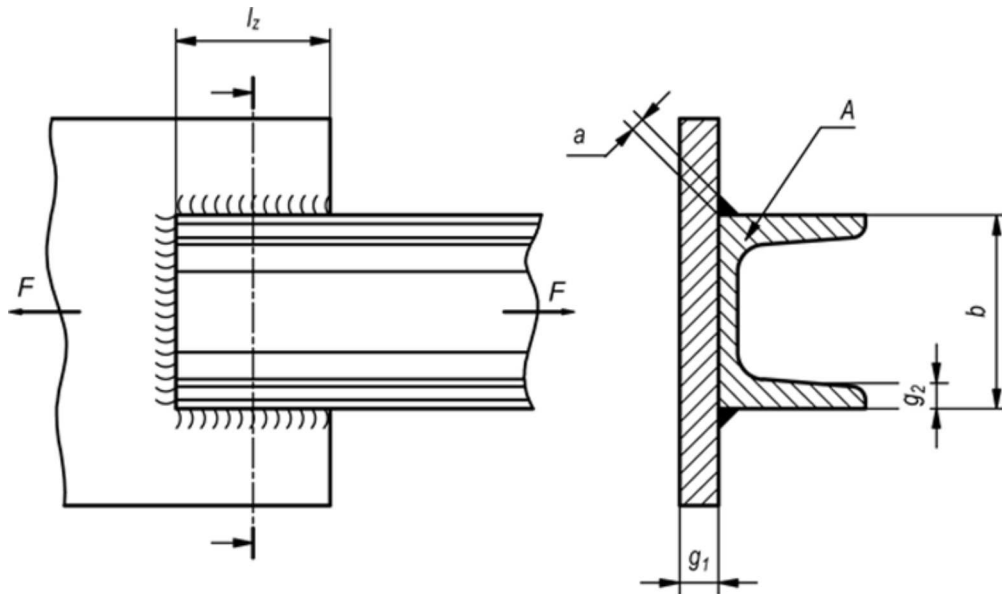
$X=0,7$ dla $R_e \leq 255\text{MPa}$

$X=0,85$ dla $255\text{MPa} < R_e \leq 355\text{MPa}$

$X=1$ dla $355 < R_e \leq 460\text{MPa}$

1.4. Połączenie zakładkowe - ceownik

Połączenie zakładkowe przedstawiono poniżej na przykładzie połączenia ceownika z płytą.



Znany jest przekrój ceownika A oraz naprężenia dopuszczalne materiału elementów łączonych.

Nośność ceownika wyrażona poprzez maksymalną siłę jaką może być on obciążony dana jest wzorem:

$$F = A k_r$$

Podobnie nośność spoiny:

$$F = A_s k'_t$$

gdzie:

$$A_s = (2l_z + b)a$$

jest polem przekroju spoiny. Przyrównując do siebie nośność ceownika i spoiny uzyskuje się równanie:

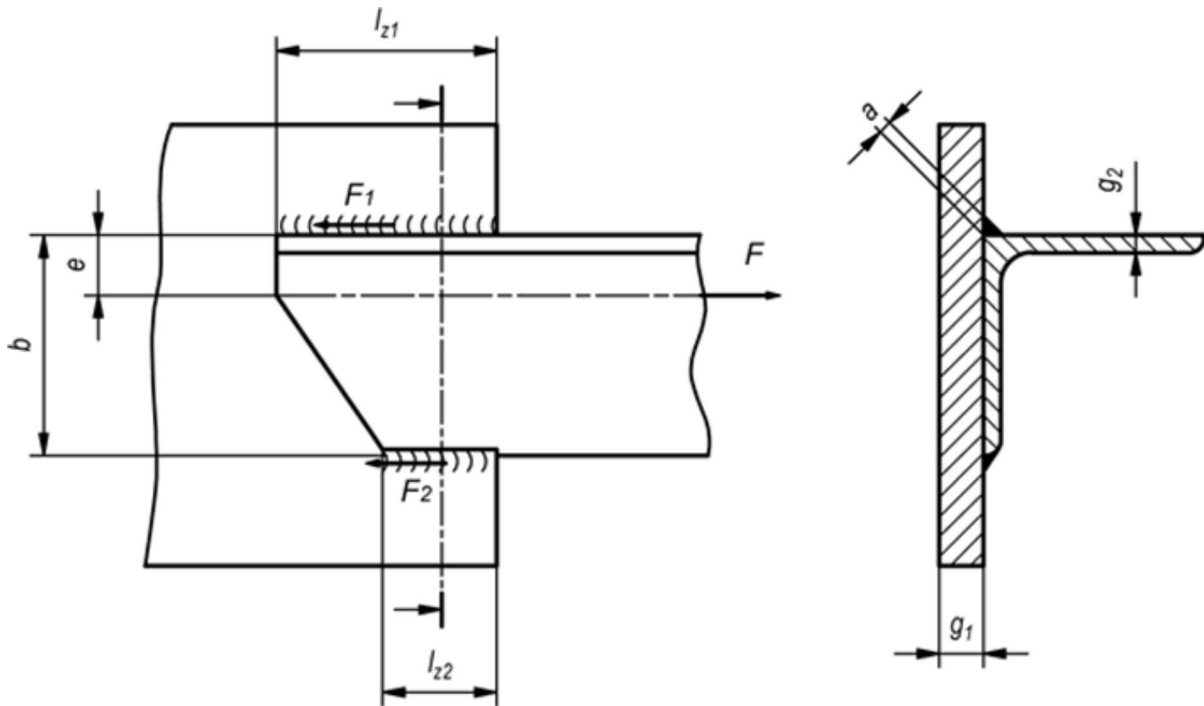
$$(2l_z + b)ak'_t = A k_r \Rightarrow l_z$$

Równanie to pozwala na wyznaczenie długości zakładki l_z , która zapewni równą nośność spoiny i ceownika. Ponadto długość zakładki powinna spełniać poniższe warunki:

$$l_z \in [15a, 60a] \wedge l_z \leq 1,5b$$

1.5. Połączenie zakładkowe kątownik

Połączenie zakładkowe kątownika z płytą przedstawiono poniżej.



Podobnie jak poprzednio znany jest przekrój kątownika A oraz naprężenia dopuszczalne materiału elementów łączonych.

Nośność kątownika dana jest wzorem:

$$F = Ak_r$$

Podobnie nośność spoiny:

$$F = A_s k'_t$$

gdzie:

$$(1) A_s = (l_{z1} + l_{z2}) a k'_t$$

jest polem przekroju spoiny. Nośność poszczególnych spoin natomiast wyrażona jest zależnościami:

$$F_1 = a l_{z1} k'_t$$

$$F_2 = a l_{z2} k'_t$$

Równanie równowagi względem środka ciężkości przekroju kątownika:

$$F_1 e = F_2 (b - e)$$

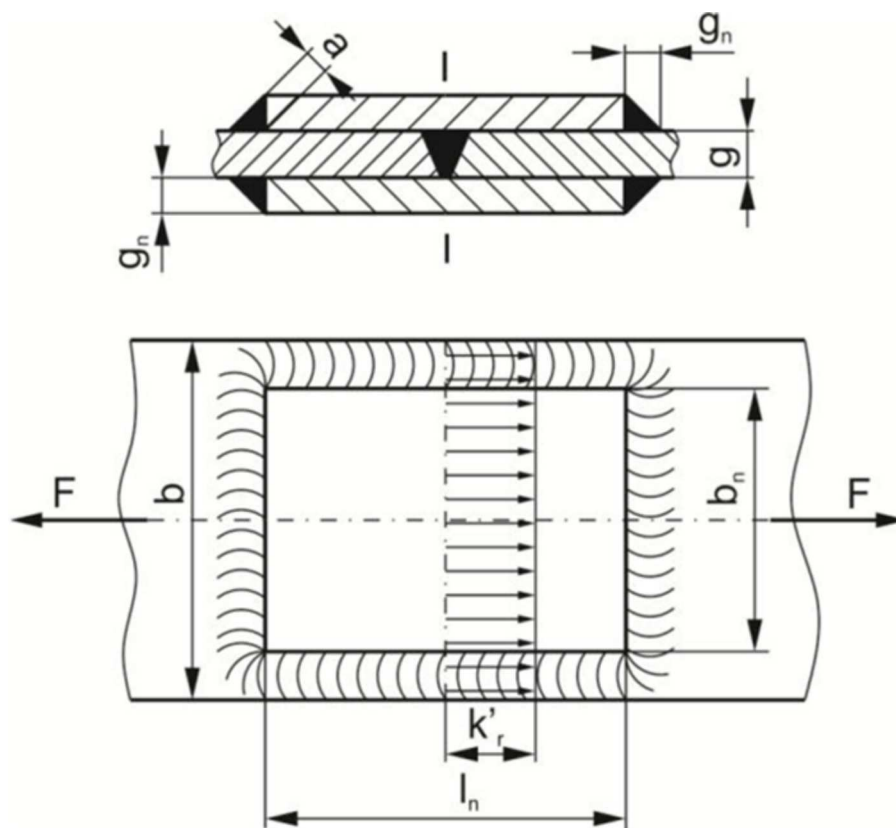
Z powyższych zależności wynika równanie:

$$(2) l_{z1} e = l_{z2} (b - e)$$

Z równań (1) i (2) wyznacza się długości spoin l_{z1} i l_{z2} .

1.6. Połączenie nakładowe

Połączenie nakładowe przedstawiono poniżej.



Dwa płaskowniki połączone są spoiną czołową oraz nakładkami poprzez spoiny pachwinowe. Obciążenie F przenoszone jest przez nakładki oraz spoinę czołową. Przyjmując równość nośności płaskowników oraz nakładek i spoiny czołowej można zapisać równanie:

$$A k_r = k'_r (A + A_n)$$

gdzie: $A = bg$ - to przekrój spoiny czołowej, $A_n = 2b_n g_n$ - to przekrój dwóch nakładek. Przyjmując, że:

$$k'_r = 0,8 k_r$$

można uzyskać zależność (1)

$$(1) A_n = 0,25 A$$

Uwzględniając zależności geometryczne z rysunku, szerokość nakładki wyraża się wzorem (2)

$$(2) b_n = b - 2g_n$$

Ze wzorów (1) i (2) można wyznaczyć grubość nakładki g_n oraz szerokość nakładki b_n .

Długość nakładki l_n z kolei wyznacza się z warunku jednakowej nośności nakładek i spoiny pachwinowej mocującej nakładkę:

$$A_n k_r = A_s k'_t \Rightarrow l_n$$

gdzie: $A_s = 2(l_n + b_n)a$ to przekrój spoiny pachwinowej mocującej nakładkę.

Dla wymiarów innych niż na przedstawionym rysunku należy sprawdzić poniższe warunki wytrzymałościowe:

- rozciąganie nakładek i spoiny czołowej

$$\sigma_r = \frac{F}{A_n + A} \leq k'_r$$

gdzie: A_n to pole przekroju dwóch nakładek, A to pole przekroju spoiny czołowej

- ścinanie spoiny pachwinowej

$$\sigma_t = \frac{F}{A} \leq k'_t$$

gdzie $A=2(1+b_n)a$ to pole przekroju spoiny pachwinowej mocującej nakładkę.

1.7. Przykład konstrukcji spawanej w budowie maszyn

Dokładność elementów spawanych jest mała o ile nie podda się ich mechanicznej obróbce wykończeniowej. Typowy proces technologiczny części spawanej przebiega następująco:

- 1) Przygotowanie półwyrobów,
- 2) Spawanie,
- 3) Wyżarzanie odprężające (usunięcie naprężeń spawalniczych),
- 4) Obróbka wykończeniowa.

Konstruktor projektując część spawaną powinien mieć na uwadze proces technologiczny i odpowiednio przygotować dokumentację techniczną. Rysunek spawalniczy przykładowego wspornika zamieszczono tutaj. Na rzucie głównym znajdują się wymiary części "idealnej" czyli takiej jaka powinna być, z zaznaczonymi tolerancjami wymiarów, kształtu i położenia oraz chropowatością powierzchni. Aby taką część uzyskać techniką spawania należy przewidzieć naddatki obróbkowe, które zaznacza się na rzutach głównych. Na tym samym arkuszu rozrysowuje się części jakie należy przygotować przed spawaniem. Części te są również ujęte na liście części. Chcąc np. wykonać otwór $\varnothing 100H7$ należy przygotować płytę (Poz. 2) z otworem $\varnothing 96$, wówczas po spawaniu i wyżarzaniu w obróbce wykończeniowej należy usunąć naddatek ok. 2mm "na stronę". To samo dotyczy powierzchni czołowych, dla których należy uzyskać prostopadłość 0,05mm.

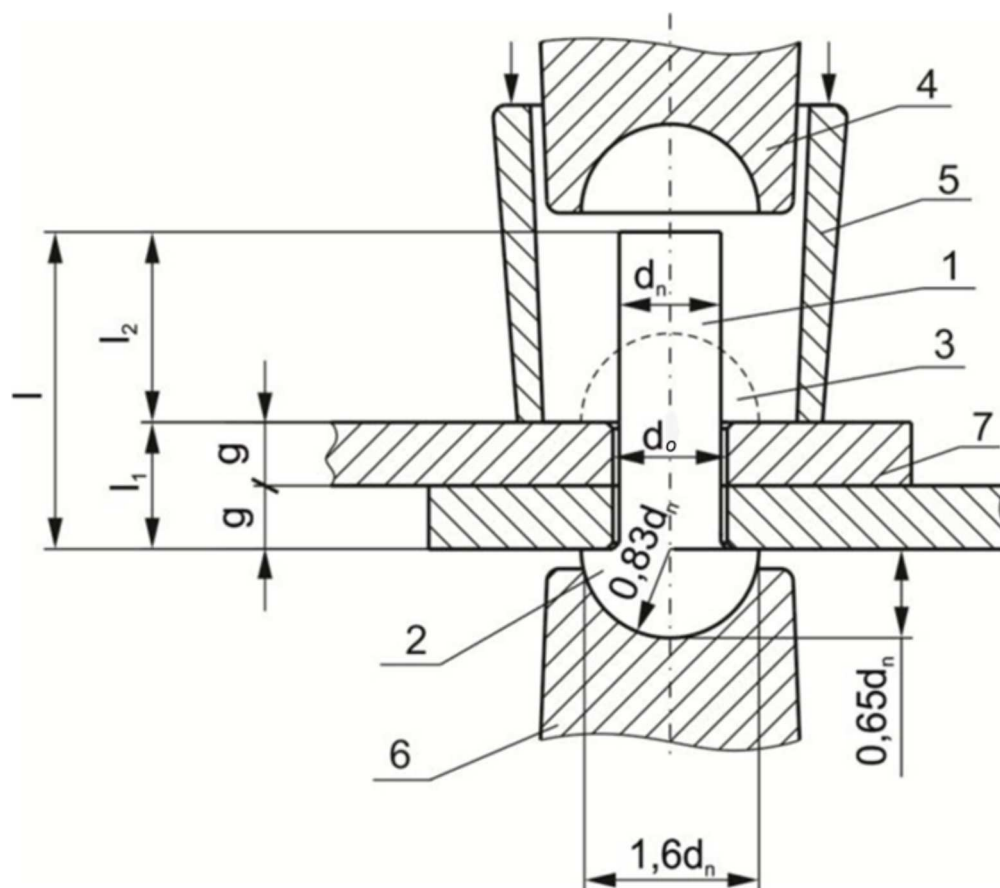
2. Połączenia nitowe

Nitowanie to proces technologiczny polegający na wykonaniu połączenia dwóch elementów za pośrednictwem łączników, którymi są nity.

Połączenia nitowe można podzielić na:

- mocne (wymagana nośność),
- szczelne (wymagana szczelność),
- mocno-szczelne.

Połączenia nitowe mogą być realizowane ręcznie i maszynowo (powyżej $\varnothing 10$), na zimno (do $\varnothing 10$) i na gorąco (maszynowo 700°C , ręcznie 1000°C). Nity są znormalizowane. Połączenia realizuje się na zakładkę lub jako połączenia nakładkowe (jednostronne lub dwustronne). Proces nitowania przedstawiono poniżej.



Nit (2) o średnicy d_n podtrzymywany jest przez wspornik (6). Łączone elementy (7) o grubości g dociskane są do siebie dociskaczem (5). Złącze tworzone jest poprzez zakuwkę (4), który formuje zakuwkę (3). Średnicę otworu dobiera się wg zależności:

$$d_o = \begin{cases} d_n + (0,1 \div 0,2) \text{ mm} & \text{dla } d_n < 10 \text{ mm} \\ d_n + 1 \text{ mm} & \text{dla } d_n \geq 10 \text{ mm} \end{cases}$$

Długość nitu jest znormalizowana i dobiera się ją wg zależności:

$$l = l_1 + l_2$$

przy czym długość części nitu, z której formowana jest zakuwka powinna zawierać się w przedziale:

$$l_2 = (1,3 \div 1,8) d_n$$

2.1. Wytrzymałość połączeń nitowych

W praktyce klasyczne połączenia nitowe oblicza się na ścinanie i na nacisk.

1) Ścinanie

Naprężenia ścinające dane są wzorem:

$$\sigma_t = \frac{F}{A_t} \leq k_t$$

gdzie:

$$A_t = \frac{\pi d_o^2}{4} m i$$

to pole przekroju nitu,

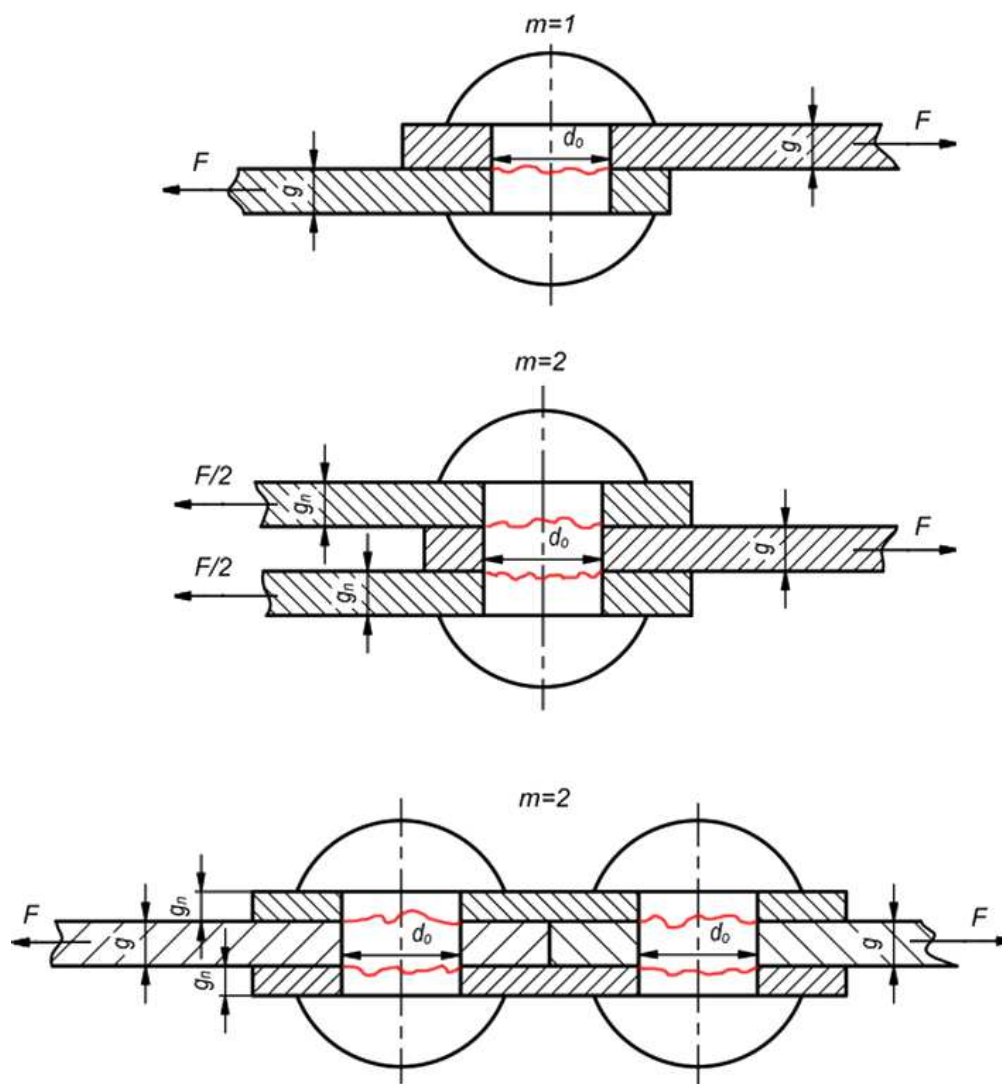
m - to liczba przekrojów ścinanych

i - liczba nitów w złączu

Należy zwrócić uwagę na to, że do obliczeń przyjmuje się średnicę otworu d_o (nie średnicę nitu d_n), który po uformowaniu złącza zostaje "wypełniony" nitem. Ostatecznie warunek wytrzymałościowy na ścinanie przyjmie postać:

$$\sigma_t = \frac{4F}{\pi d_o^2 m i} \leq k_t$$

Liczbę przekrojów ścinanych można ustalić wg poniższego rysunku.



2) Nacisk

Warunek wytrzymałościowy na nacisk przyjmuje postać:

$$k = \frac{F}{A_n} \leq k_o$$

gdzie:

$$A_n = d_o g i$$

jest polem przekroju osiowego nitu.

Zakładając taką samą nośność na ścinanie i nacisk:

$$F_t = A_t k_t = \frac{\pi d_o^2}{4} m i k_t$$

$$F_n = A_n k_o = d_o g k_o i$$

można zapisać równanie:

$$F_n = F_t \Rightarrow \frac{\pi d_o}{4} m k_t = g k_o$$

przyjmując ponadto zależność:

$$k_o \approx 2,5 k_t$$

wyznacza się związek pomiędzy średnicą otworu, a grubością łączonych elementów:

$$d_o = \frac{4}{\pi} g \frac{1}{m} 2,5$$

Przykładowo, gdy $m=1$ średnica otworu:

$$d_o \approx 3 g$$

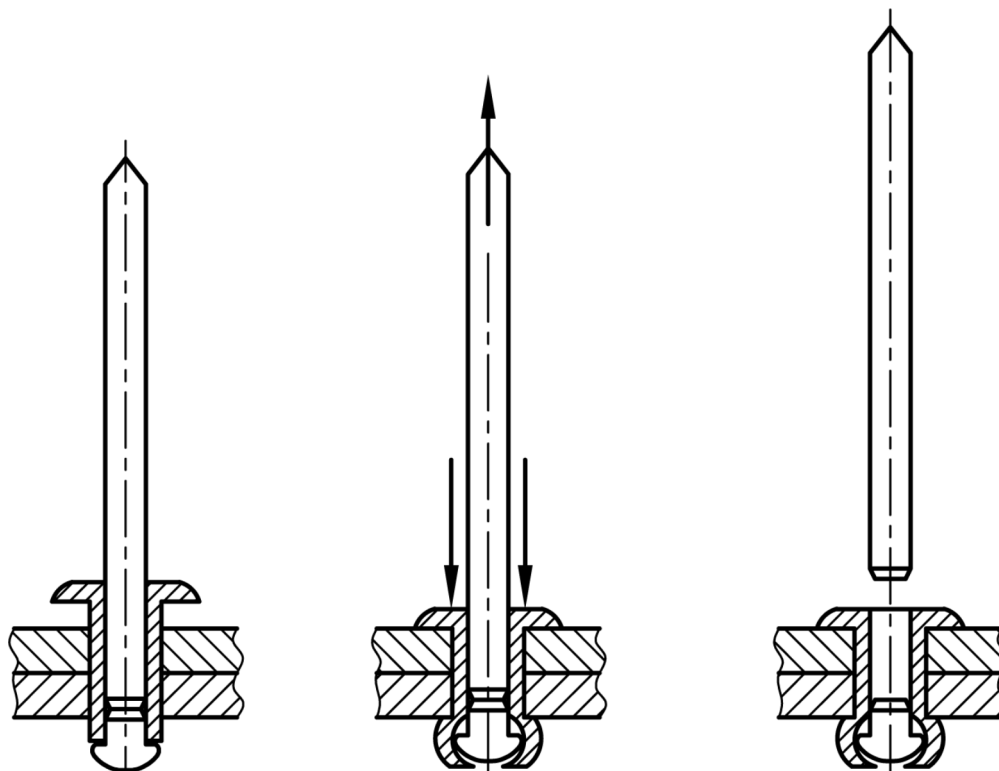
dla $m=2$ natomiast:

$$d_o \approx 1,6 g$$

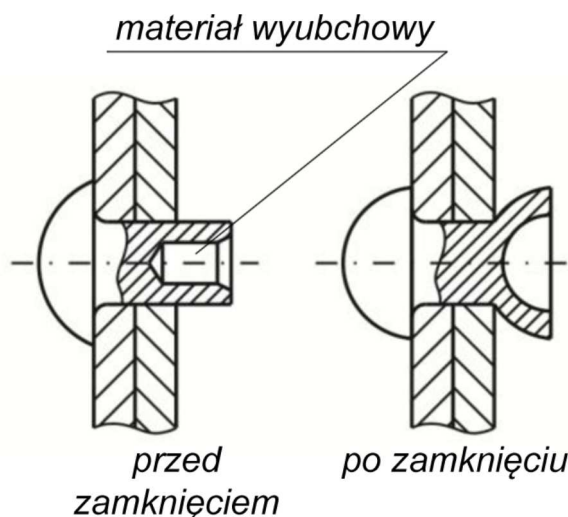
Na podstawie średnicy otworu d_o z normy dobiera się średnicę nitu d_n . Ponadto zaleca się aby nit był z tego samego rodzaju materiału co elementy łączone.

2.2. Rodzaje nitów

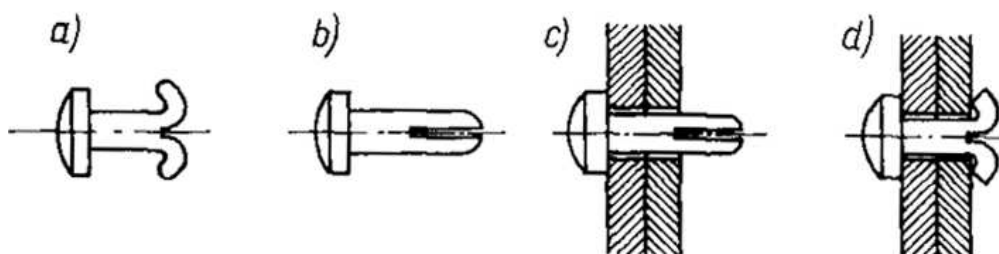
Klasyczny sposób nitowania nie sprawia problemu o ile dostęp do obydwu stron złącza nie jest utrudniony. Często jednak taki warunek nie jest spełniony i zachodzi konieczność wykonania złącza od jednej strony. Z tego względu powstało wiele rodzajów nitów umożliwiających ten sposób montażu. Jednym z popularniejszych jest nit zrywalny:



Złącze formowane jest poprzez zaciągnięcie rdzenia nitu w postaci pręta zakończonego łbem. Łeb ten formuje zakuwkę, natomiast jego wystająca część zostaje zerwana. Kolejnym rodzajem nitu, który umożliwia jednostronny montaż jest nit wybuchowy:



Materiał wybuchowy umieszczony w nicie jest detonowany w wyniku podgrzania łba nitu, w skutek czego formowane jest złącze. Kolejnym ciekawym rozwiązaniem na jednostronny montaż połączenia jest zastosowanie nitu ze stopu z pamięcią kształtu (np.: Cu-Zn-Al):



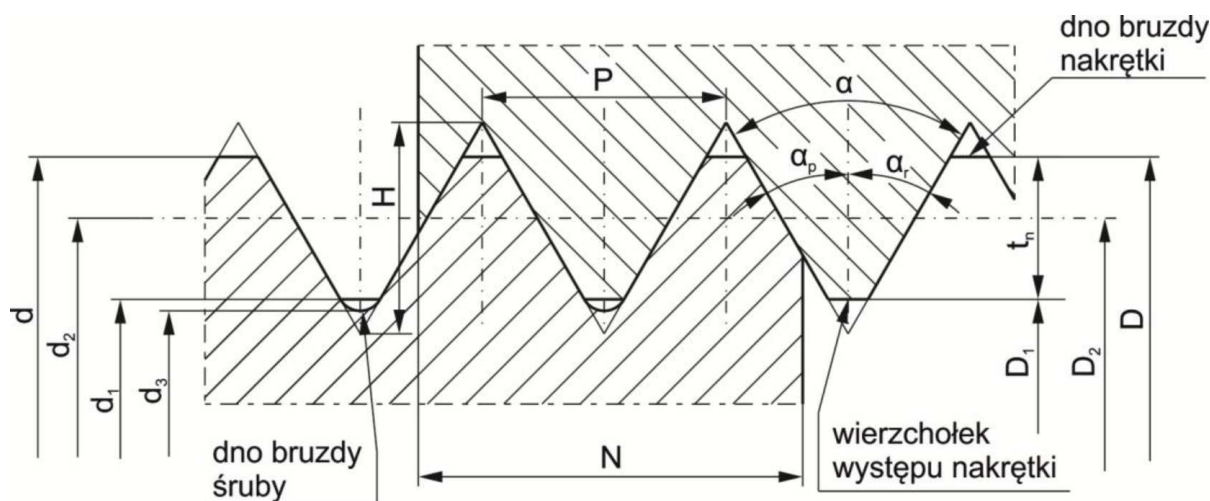
Nit wytwarza się z odgiętymi końcówkami (a) i w takiej postaci jest po zahartowaniu. Następnie końcówki te zostają odgięte (b) po czym następuje montaż (c). Po podgrzaniu nitu przywracany jest jego poprzedni kształt (d), tym samym realizując połączenie.

3. Połączenia gwintowe

Połączenia gwintowe należą do grupy połączeń rozłącznych kształtowych. Łącznikami są gwinty - występy i wgłębienia wykonane wzdłuż linii śrubowej na walcu lub stożku. Wśród odmian gwintów można wyróżnić gwinty:

- trójkątne (typowy gwint spoczynkowy złączny),
- trapezowe (symetryczny/niesymetryczny stosowany w połączeniach ruchowych),
- okrągłe (różne odmiany np.: gwint Edisona),
- prostokątne (gwint nieznormalizowany).

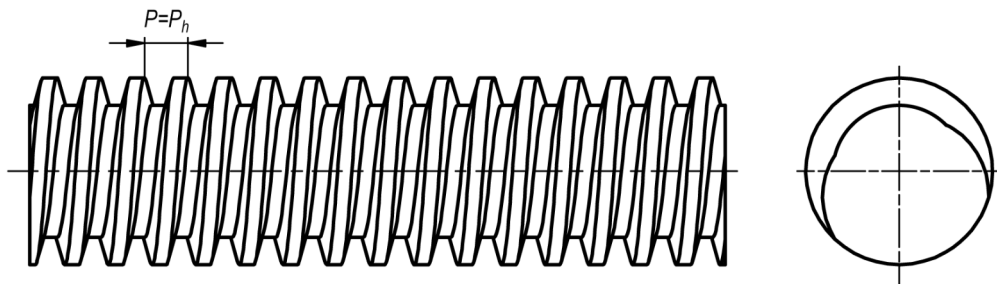
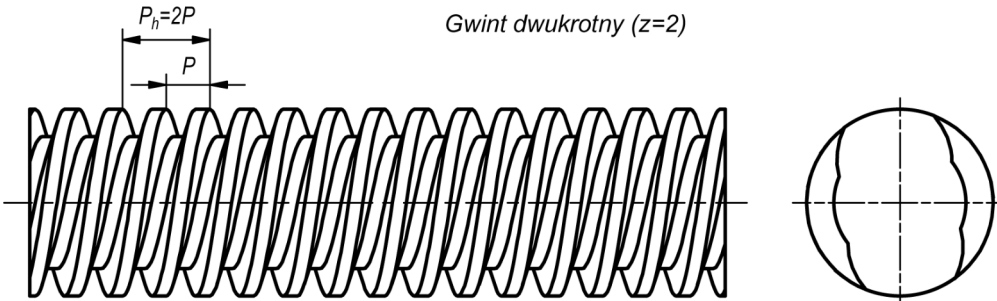
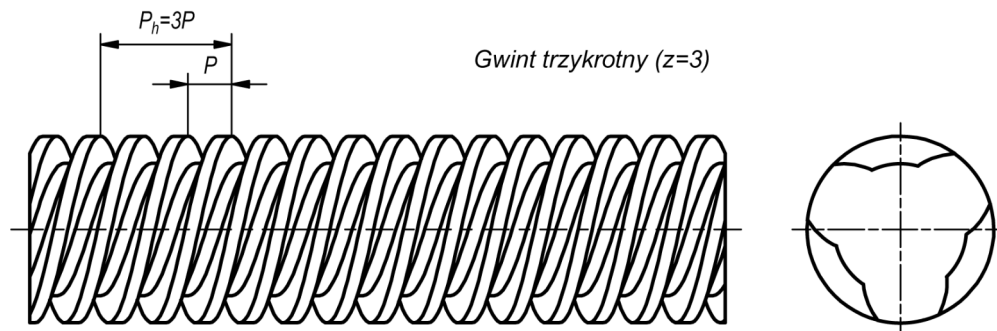
Poniżej przedstawiono przekrój osiowy połączenia gwintowego.



Podstawowe wymiary gwintu to:

- d - średnica zewnętrzna gwintu zewnętrznego (śruby),
- d_1 - średnica wewnętrzna gwintu zewnętrznego,
- $d_2=D_2$ - średnica podziałowa gwintu zewnętrznego,
- d_3 - średnica wewnętrzna gwintu zewnętrznego z zaokrąglonym dnem bruzdy (średnica rdzenia śruby),
- D - średnica zewnętrzna gwintu wewnętrznego (nakrętki),
- D_1 - średnica wewnętrzna gwintu wewnętrznego,
- $D_2=d_2$ - średnica podziałowa gwintu wewnętrznego,
- z - krotność gwintu,
- P - podziałka gwintu,
- $P_h=zP$ - skok gwintu,
- γ - kąt wzniosu linii śrubowej,
- α - kąt gwintu,
- α_r - roboczy kąt boku,
- α_p - pomocniczy kąt boku,
- H - wysokość zarysu ostrego (teoretycznego),
- $t_n=(d-D_1)/2$ - wysokość nośna gwintu.

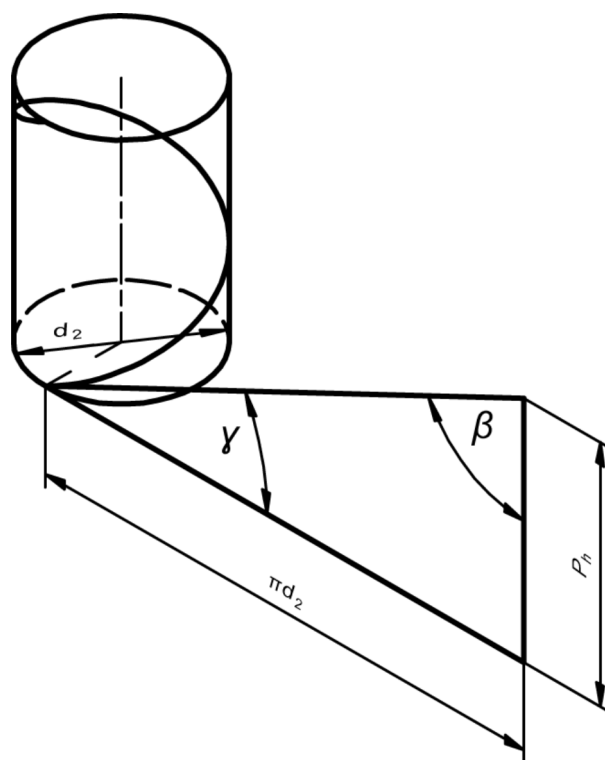
Krotność gwintu (liczba z) określa liczbę zwojów gwintu. W istniejącym gwincie liczbę zwojów (krotność) najłatwiej zidentyfikować od czoła gwintu (tak jak w nakrętce od słoika). Nakrętka o sześciu "wypustach" pasuje do słoika z gwintem sześciokrotnym. Poniżej przykład gwintu jedno ($z=1$), dwu ($z=2$) i trzykrotnego ($z=3$).

Gwint dwukrotny ($z=2$)Gwint trzykrotny ($z=3$)

Ponadto w zależności od kierunku linii śrubowej występują gwinty prawe i lewe.

3.1. Linia śrubowa

Linia gwintu jest linia śrubowa. Jest to krzywa przestrzenna, którą zakreśla punkt poruszający się ze stałą prędkością po tworzącej walca lub stożka jednocześnie obracającego się wokół własnej osi ze stałą prędkością kątową. Linie śrubową można utworzyć w wyniku "nawinięcia" trójkąta na walec:



Z powyższego trójkąta można uzyskać:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{P_h}{\pi d_2}$$

gdzie:

γ - to kąt wzniosu linii śrubowej,

d_2 - to średnica podziałowa gwintu

P_h - to skok linii śrubowej

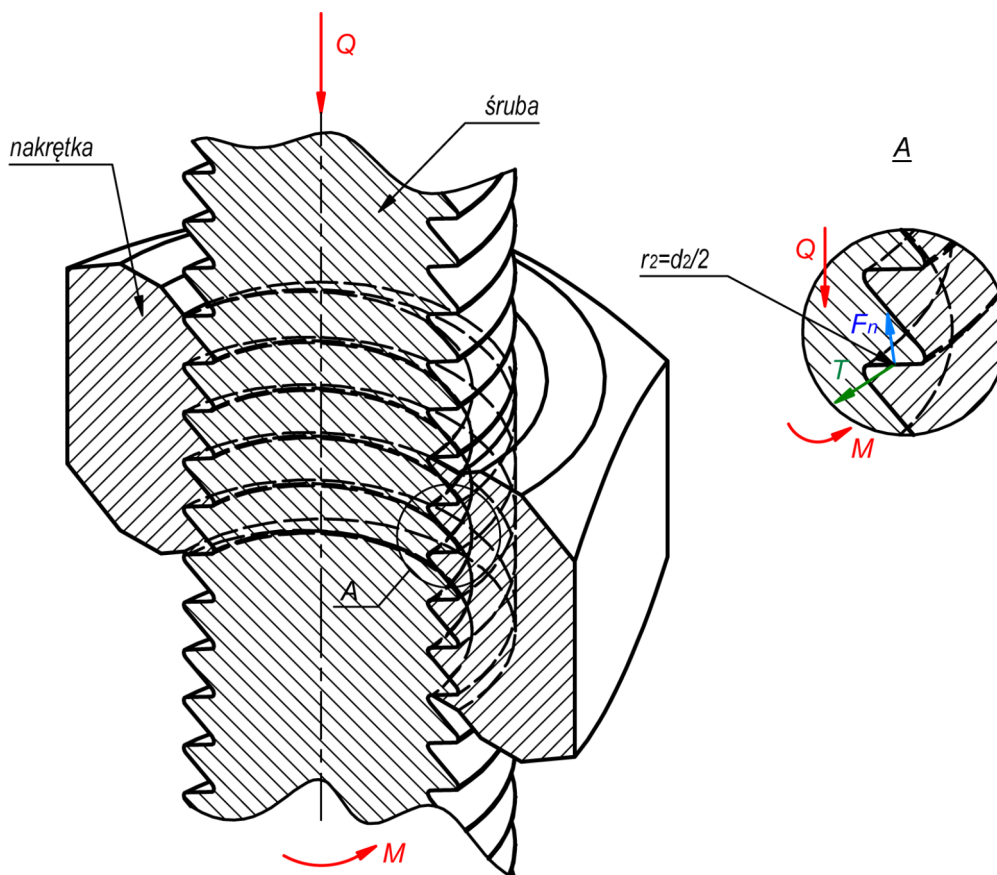
Ponadto definiuje się również kąt pochylenia linii śrubowej, który jest dopełnieniem kąta wzniosu do 90° :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\pi d_2}{P_h}$$

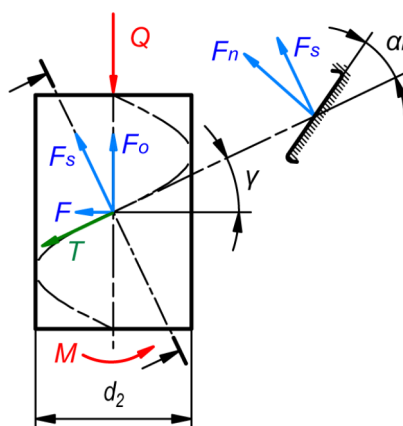
W przypadku gwintów najczęściej operuje się kątem wzniosu linii śrubowej.

3.2. Rozkład sił w połączeniu gwintowym

Rozpatrzmy teraz współpracę śruby z nakrętką:



Śruba obciążona jest siłą osiową Q oraz momentem M . Nakrętka jest nieruchoma. W wyniku takiego obciążenia śruby, na gwint śruby działa siła tarcia T oraz siła normalna do powierzchni F_n , będąca reakcją nakrętki na śrubę (szczegół A). Rozkład sił w układzie płaskim można przedstawić jako:



Na podstawie powyższego rysunku wyznacza się:

- siłę osiową

$$F_o = F_n \cos \alpha_r \cos \gamma$$

- siłę prostopadłą do zwoju

$$F_s = F_n \cos \alpha_r$$

- siłę obwodową

$$F = F_n \cos \alpha_r \sin \gamma$$

Ponadto w stanie równowagi można zapisać układ równań:

$$\begin{cases} Q - F_o \pm T \sin \gamma = 0 \\ F \pm T \cos \gamma = 0 \\ M = (F \pm T \cos \gamma) r_2 \end{cases}$$

Zwrot siły tarcia zależy od kierunku poślizgu, a ten z kolei od kierunku obrotu i kierunku pochylenia linii gwintu. **Górny znak obowiązuje dla podnoszenia ciężaru, dolny zaś dla opuszczania.**

Przyjmując, że $T = \mu F_n$ z powyższego układu równań można wyznaczyć siłę F_n jako:

$$F_n = \frac{Q}{\cos \alpha_r \cos \gamma \mp \mu \sin \gamma}$$

Moment natomiast:

$$\begin{aligned} M &= (F_n \cos \alpha_r \sin \gamma \pm \mu F_n \cos \gamma) r_2 = \\ &= Q r_2 \frac{\cos \alpha_r \sin \gamma \pm \mu \cos \gamma}{\cos \alpha_r \cos \gamma \mp \mu \sin \gamma} = \\ &= Q r_2 \cdot \frac{\cos \alpha_r \sin \gamma \pm \mu \cos \gamma}{\cos \gamma \cos \alpha_r} = \\ &= Q r_2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \pm \frac{\mu}{\cos \alpha_r}}{1 \mp \operatorname{tg} \gamma \frac{\mu}{\cos \alpha_r}} \end{aligned}$$

Ostatecznie, wprowadzając oznaczenie:

$$\operatorname{tg} \rho' = \frac{\mu}{\cos \alpha_r}$$

oraz korzystając z tożsamości trygonometrycznej uzyskuje się wzór na moment w postaci:

$$M = Q r_2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \pm \operatorname{tg} \rho'}{1 \mp \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \rho'} = Q r_2 \cdot \operatorname{tg}(\gamma \pm \rho')$$

gdzie:

- ρ' - to umowny kąt pozornego tarcia,
- μ - współczynnik tarcia na gwincie,
- r_2 - średnica podziałowa gwintu,
- α_r - kąt zarysu gwintu

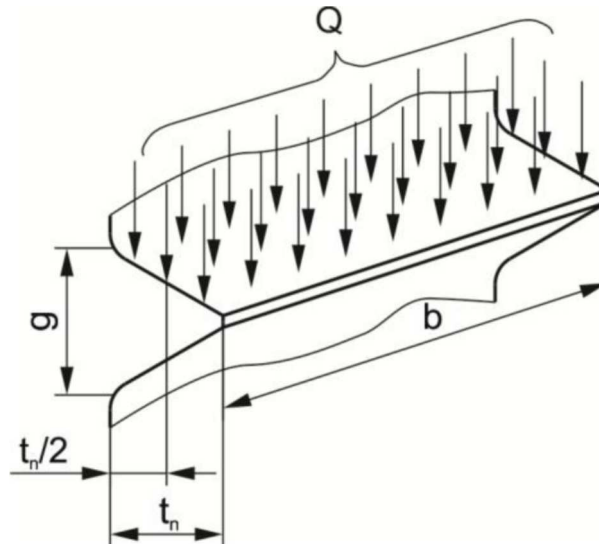
Przedstawiony układ równań równowagi statycznej powinien być w zasadzie zapisany dla infinitezimalnego elementu gwintu obciążonego jednostkowymi siłami, a jego rozwiązanie powinno być uzyskane w wyniku całkowania. Takie podejście prowadzi do tego samego wzoru na moment dlatego zdecydowano się na zastosowanie powyższego uproszczenia.

3.3. Obliczenia wytrzymałościowe gwintów

Gwint pracuje na:

- nacisk,
- zginanie,
- ścinanie.

W obliczeniach wytrzymałościowych przyjmuje się równomierny rozkład nacisków na powierzchni gwintu:



gdzie: $b = \pi D_1$

Nacisk na gwincie powinien być mniejszy od wartości dopuszczalnej:

$$k_o = \frac{Q}{A} \leq k_{dop}$$

gdzie:

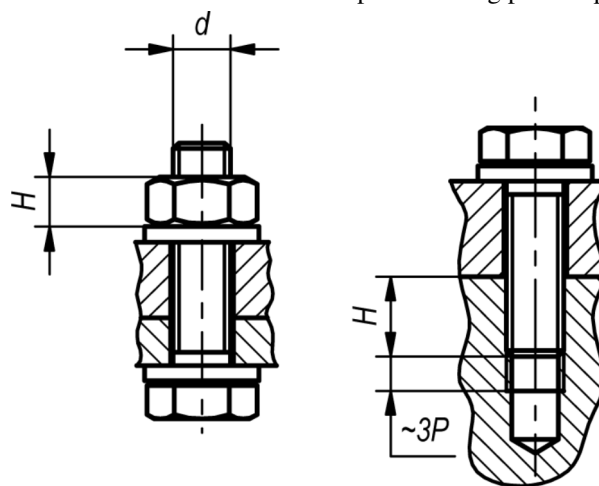
$$A = \frac{\pi}{4} (d^2 - D_1^2) n$$

to pole powierzchni nośnej gwintu dla n-zwojów. Wobec powyższego warunek wytrzymałościowy przyjmuje postać:

$$\frac{4Q}{\pi (d^2 - D_1^2) n} \leq k_{dop}$$

Liczbę zwojów n określa się na podstawie wysokości nakrętki lub głębokości wkręcenia H (rysunek poniżej) jako:

$$n = H / P$$



Uwzględniając wzór na liczbę zwojów, powyższą nierówność można zapisać w postaci:

$$\frac{4QP}{\pi(d^2 - D_1^2)H} \leq k d o p$$

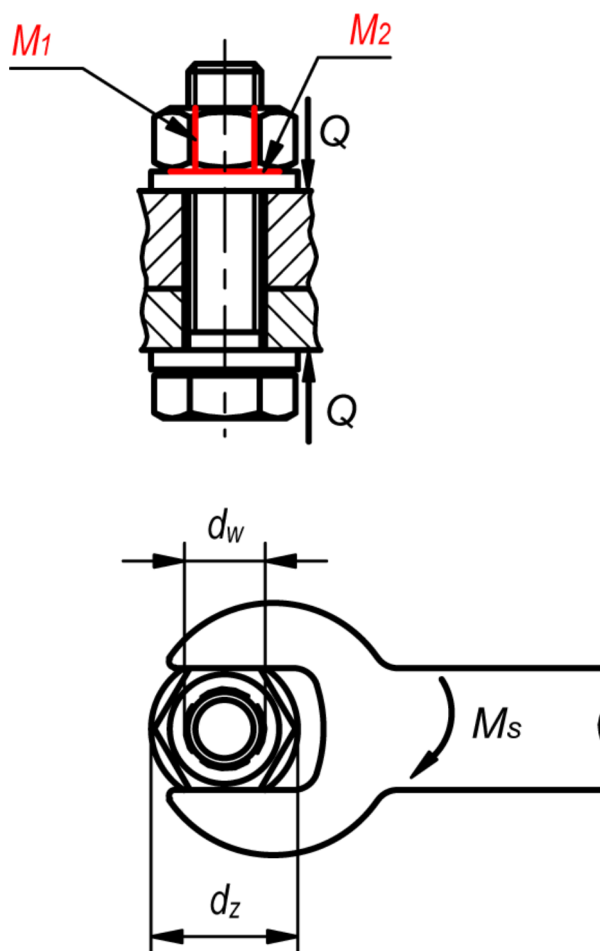
z której bezpośrednio można wyznaczyć wielkość H. Dla gwintów zwykłych metrycznych, głębokość wkręcenia w zależności od rodzaju materiałów przyjmuje się wg poniższej tabeli.

Materiał śruby/materiał gwintu wewn. Zalecana głębokość wkręcenia

stal/stal	0,8d≈1d
stal/żeliwo	(1,3÷1,5)d
stal/stop Al	(1,2÷2,2)d
stal/mat. polimerowy	2,5d

3.4. Moment dokręcania

W końcowej fazie dokręcania złącza gwintowego moment pochodzący od klucza M_s musi pokonać moment tarcia na gwincie M_1 (wywołany siłą Q) oraz moment tarcia pomiędzy nakrętką, a podkładką M_2 , co schematycznie przedstawiono na poniższym rysunku.



Blachy są ze sobą ściskane, natomiast śruba jest rozciągana, co odpowiada przypadkowi "podnoszenia" ciężaru. Wobec powyższego moment tarcia na gwincie:

$$M_1 = 0,5 Q d_2 t g(\gamma + \rho')$$

Moment tarcia pomiędzy nakrętką, a podkładką dany jest wzorem:

$$M_2 = Q \mu \frac{1}{3} \cdot \frac{d_z^3 - d_w^3}{d_z^2 - d_w^2}$$

gdzie:

d_z - to zewnętrzna średnica podkładki

d_w - to wewnętrzna średnica podkładki

Moment dokręcania (moment na kluczu) jest sumą momentów M_1 i M_2 :

$$M_s = M_1 + M_2$$

Ponadto, jeżeli spełniona jest nierówność:

$M_1 - M_2 > 0$ to łeb śruby należy przytrzymać kluczem,

jeśli natomiast:

$M_1 - M_2 < 0$ to możliwe jest napięcie śruby bez pomocniczego klucza.

Należy pamiętać aby moment dokręcania nie przekroczył wartości momentu dopuszczalnego.

Moment dopuszczalny jest to moment, wywołujący w śrubie naprężenia zbliżone do wartości granicy plastyczności. Wyraża się wzorem:

$$M_d = 1,06 \frac{d_3^2 P R_e}{1000k}$$

gdzie:

R_e [MPa] - to granica plastyczności materiału śruby

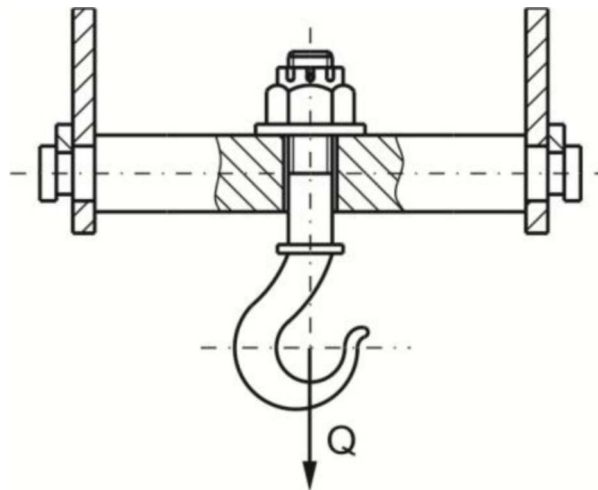
P [mm] - to skok gwintu

d_3 [mm] - to średnica rdzenia gwintu

k - to współczynnik bezpieczeństwa ($k=1,43$ dla obciążeń statycznych, $k=1,67$ dla obciążeń dynamicznych)

3.5. Przykłady połączeń gwintowych - Hak

Najprostszym przypadkiem obciążenia śruby jest hak:



Hak obciążony jest ciężarem Q , a śruba pracuje tylko na rozciąganie:

$$\sigma_r = Q / A \leq k_r$$

gdzie A jest przekrojem rdzenia śruby:

$$A = \pi d_3^2 / 4$$

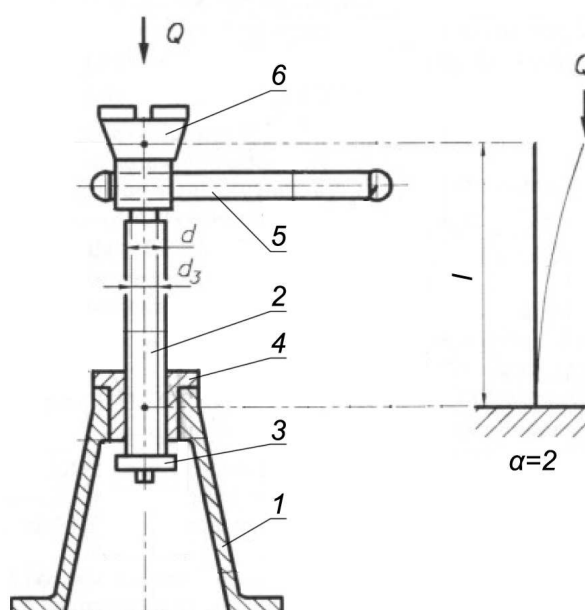
Uwzględniając powyższe zależności można zapisać warunek jaki musi spełnić rdzeń śruby:

$$d_3 \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi k_r}}$$

Na podstawie średnicy rdzenia dobiera się rozmiar gwintu wg normy.

3.6. Przykłady połączeń gwintowych - Podnośnik śrubowy

Najprostszy podnośnik śrubowy przedstawiono poniżej.



W korpusie (1) osadzono nakrętkę (4). Nakrętka ta współpracuje ze śrubą (2) posiadającą gwint ruchowy (najlepiej samohamowny aby ciężar mógł się utrzymać bez stosowania dodatkowych hamulców) np. trapezowy. Śruba (2) zabezpieczona jest przed wykręceniem elementem (3). Podnoszony ciężar Q spoczywa na koronce (6). Obrót śruby realizowany jest pokrętkiem (5). Podnośnik jest tu przedstawiony schematycznie. W rzeczywistości występują jeszcze dodatkowe elementy np.: unieruchamiające nakrętkę względem korpusu czy łożyskujące koronkę. W powyższym przypadku śruba pracuje na ściskanie i skręcanie. Śrubę sprawdza się również na wyboczenie.

1) Ściskanie

Warunek wytrzymałościowy na ściskanie:

$$\sigma_c = Q / A \leq k_c$$

$$A = \pi d_3^2 / 4$$

wobec czego:

$$\sigma_c = \frac{4Q}{\pi d_3^2} \leq k_c$$

2) Skręcanie

Warunek wytrzymałościowy na skręcanie:

$$\sigma_t = \frac{M_1}{W_o} \leq k_s$$

gdzie:

$$W_o = \frac{\pi d_3^3}{16}$$

to wskaźnik wytrzymałości przekroju rdzenia śruby na skręcanie,

$$M_1 = 0,5Q d_2 t g(\gamma + \rho')$$

to moment tarcia na gwincie podczas podnoszenia ciężaru.

Uwzględniając powyższe zależności:

$$\sigma_t = \frac{8Q d_2 t g(\gamma + \rho')}{\pi d_3^3} = \frac{4Q}{\pi d_3^2} \cdot \frac{2d_2 t g(\gamma + \rho')}{d_3}$$

Przyjmując, że:

$$\kappa = \frac{2d_2 t g(\gamma + \rho')}{d_3}$$

uzyskuje się:

$$\sigma_t = \kappa \sigma_c$$

Moment obciążający śrubę może być większy np. wówczas gdy łożyskowanie koronki wprowadza dodatkowy moment tarcia, który może być pomijalny np. przy łożyskowaniu łożyskami tocznymi.

3) Naprężenia zredukowane (hipoteza Hubera)

W śrubie występują jednocześnie naprężenia normalne (ściskanie) oraz styczne (skręcanie).

Jednoczesny wpływ tych naprężeń można uwzględnić stosując hipotezę wytrzymałościową Hubera:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_c^2 + \left(\frac{k_c}{k_s} \sigma_t\right)^2} \leq k_c$$

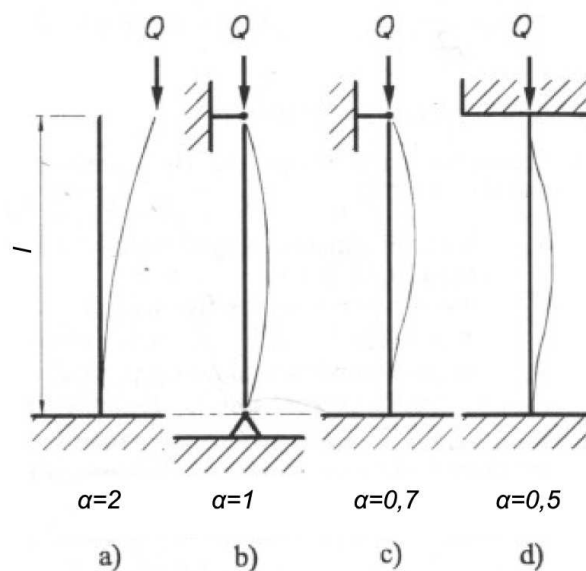
$$\sigma_z = \sigma_c \sqrt{1 + \left(\frac{k_c}{k_s} \kappa\right)^2} \leq k_c$$

Ostatecznie, średnica rdzenia śruby powinna spełnić warunek:

$$d_3 \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi k_c}} \sqrt[4]{1 + \left(\frac{k_c}{k_s} \kappa\right)^2}$$

4) Wyboczenie

Wyboczenie jest zjawiskiem utraty stateczności pręta ściskanego. Gdy ona wystąpi pręt może odkształcić się wg jednego z wariantów pokazanych schematycznie na rysunku poniżej.



Wówczas nie pracuje już na ściskanie lecz również na zginanie i może nastąpić jego szybkie zniszczenie. Przypadek taki jest bardzo niebezpieczny i należy przed nim uchronić konstrukcję przeprowadzając niezbędne obliczenia. W pierwszej kolejności (w zależności od postaci pręta odkształconego rys a)-d)) oblicza się długość wyboyczeniową jako:

$$l_w = \alpha l$$

Dla analizowanego podnośnika współczynnik $\alpha=2$ (rys a)). Następnie oblicza się minimalny promień bezwładności:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

gdzie

A - to pole przekroju rdzenia śruby

I_{min} - to minimalny moment bezwładności przekroju rdzenia śruby.

Indeks "min" ma znaczenie dla przekrojów, które posiadają różne momenty bezwładności względem osi głównych (np. dwuteownik). Wówczas do obliczeń przyjmuje się mniejszy z dwóch momentów bezwładności. W przypadku śruby:

$$I_{min} = \frac{\pi d^4}{64}$$

W dalszej kolejności obliczana jest smukłość pręta:

$$s = \frac{l_w}{i_{min}}$$

W zależności od wyniku obliczenia prowadzone są tak jak poniżej.

$$s \geq 100$$

$$s < 100$$

$$s \geq 100$$

Oblicza się siłę krytyczną (wzór Eulera)

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\alpha l)^2}$$

gdzie E to moduł Younga.

Współczynnik bezpieczeństwa:

$$x = \frac{F_{kr}}{Q} \geq x_{dop}$$

W zależności od przypadku należy zadbać o to aby siła krytyczna (lub naprężenie krytyczne), powyżej której (którego) nastąpi wyboczenie było dużo mniejsze od rzeczywistej siły (lub naprężenia) obciążającej (obciążającego) śrubę, co wyraża się powyższymi nierównościami. Dopuszczalny współczynnik bezpieczeństwa powinien zawierać się w przedziale $x_{dop} = 4 \div 12$.

Istnieją konstrukcje podnośników, w których śruba pracuje na rozciąganie (rysunek poniżej)

$$s < 100$$

Oblicza się naprężenia krytyczne (wzór interpolacyjny Tetmajera)

$$\sigma_{kr} = a - b s$$

gdzie:

$$a = \sigma_e$$

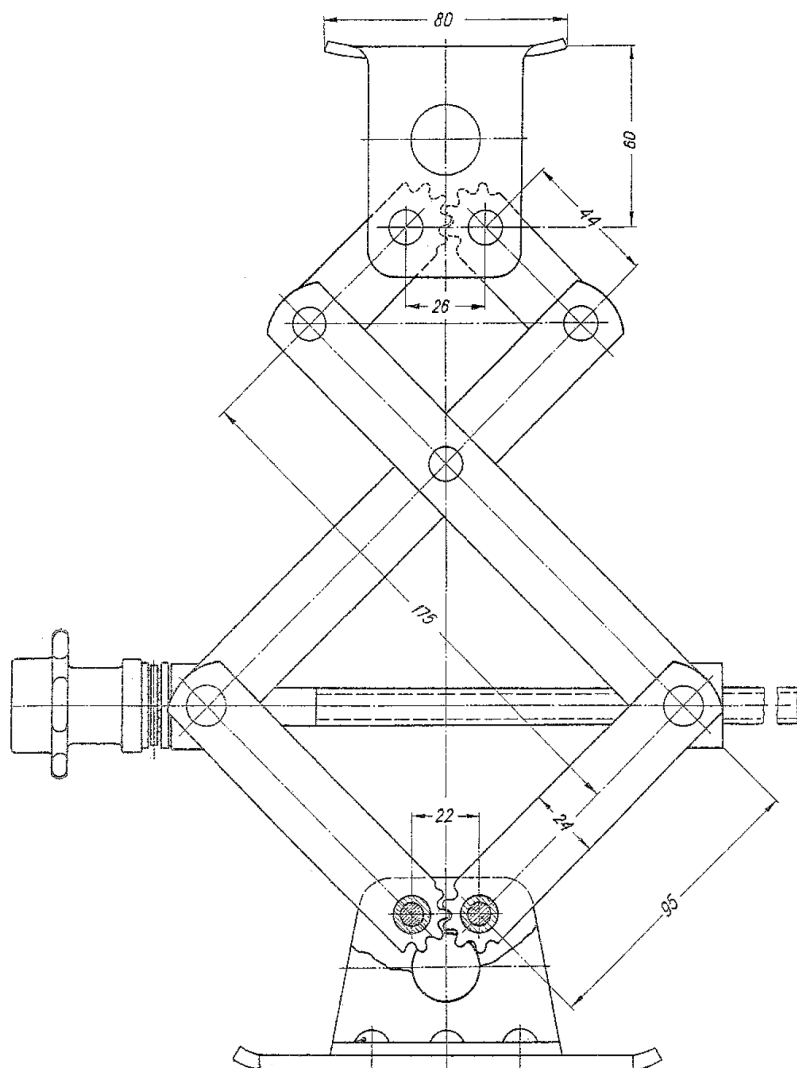
$$b = (\sigma_e - \sigma_H) / 100$$

σ_e - to granica plastyczności

σ_H - to granica proporcjonalności (stosowalności prawa Hooke'a)

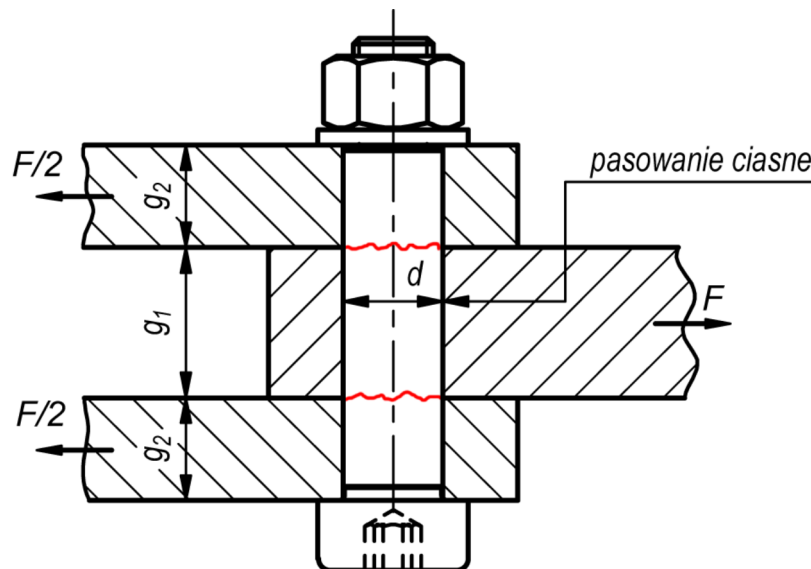
Współczynnik bezpieczeństwa:

$$x = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_c} \geq x_{dop}$$



3.7. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba pasowana

Wykorzystując śrubę pasowaną można zrealizować połączenia przedstawione poniżej.



Śruba posiada dokładnie wykonaną powierzchnię walcową (średnica d) zakończoną gwintowanym trzpieniem o mniejszej średnicy. Dzięki temu w połączeniu można zastosować pasowanie ciasne, a śruba będzie pracować na ścinanie. Oprócz tego śruba pracuje na nacisk.

1) Ścinanie

$$\sigma_t = F / A \leq k_t$$

gdzie:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} i n$$

to pole przekroju,

n - to liczba przekrojów ścinanych (w połączeniu jak na rys. $n=2$)

i - to liczba śrub.

Wobec powyższego można zapisać nierówność:

$$\frac{4F}{\pi d^2 i n} \leq k_t$$

na podstawie której wyznacza się wymaganą średnicę d albo liczbę śrub i .

2) Nacisk

$$k_o = F / A \leq k_{dop}$$

gdzie:

$$A = d g_2 i$$

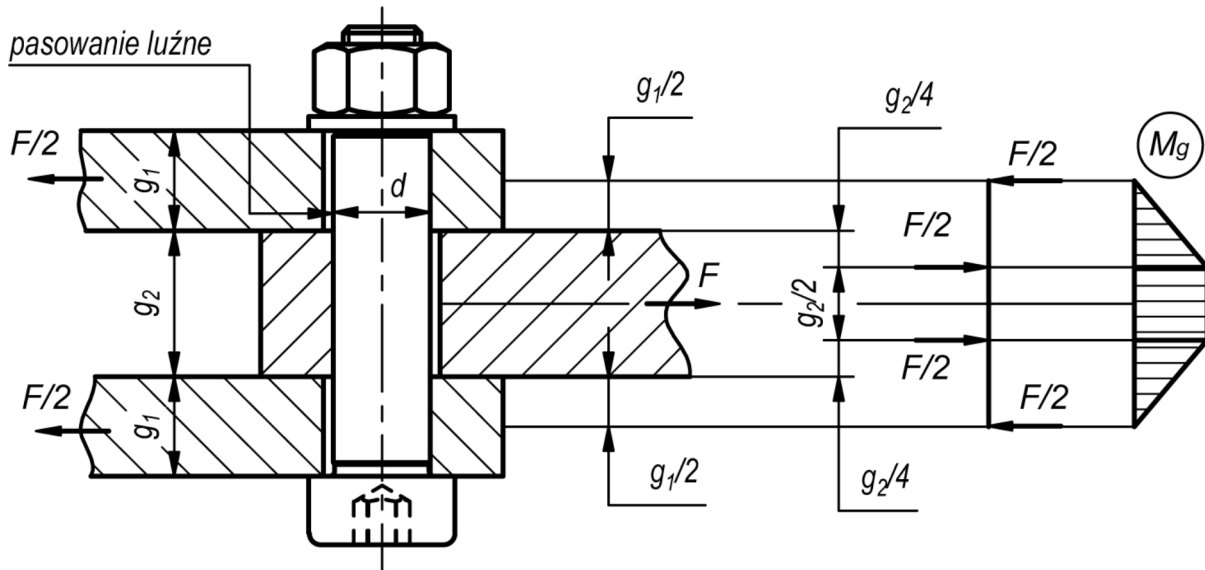
Wobec powyższego:

$$\frac{F}{d g_2 i} \leq k_{dop}$$

Z powyższej nierówności również można wyznaczyć średnicę d lub liczbę śrub i .

3.8. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba pracująca na podobieństwo sworznia

Śruba pasowana może być również wykorzystana w połączeniu przegubowym, w którym pracuje na podobieństwo sworznia.



Zastosowanie pasowania luźnego sprawia, że śruba pracuje na zginanie i podobnie jak w poprzednim przykładzie na nacisk.

1) Zginanie

Moment gnący wyznacza się rozkładając dodatkowo siłę F na dwie składowe $F/2$ jak to zostało pokazane na powyższym rysunku. Wówczas wykres momentu gnącego przyjmuje kształt trapezu, a jego maksymalna wartość wyraża się zależnością:

$$M_{gmax} = \frac{F}{2} \left(\frac{g_1}{2} + \frac{g_2}{4} \right)$$

Warunek wytrzymałościowy na zginanie:

$$\sigma_g = \frac{M_{gmax}}{W_x} \leq k_g$$

gdzie:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

to wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie. Wobec powyższego średnicę d dobiera się wg nierówności:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{gmax}}{\pi k_g}}$$

2) Nacisk

$$k_{o1} = F / A_1 \leq k_{dop}$$

$$k_{o2} = F / A_2 \leq k_{dop}$$

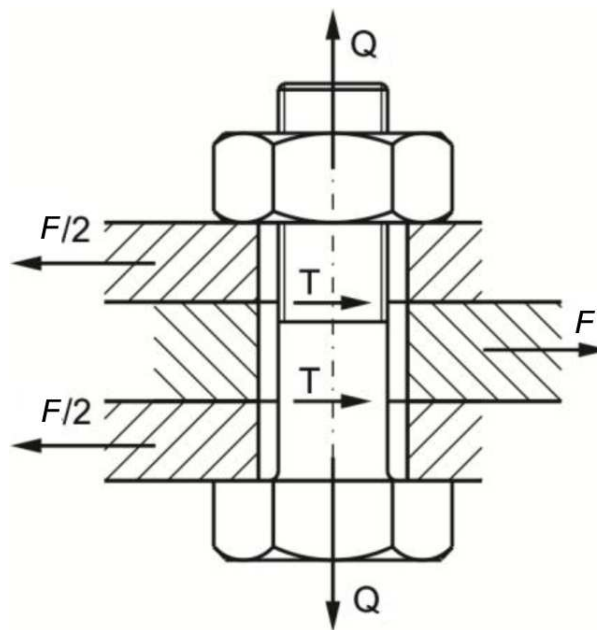
gdzie:

$$A_1 = 2d g_1$$

$$A_2 = d g_2$$

3.9. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba luźna

Opisane poprzednio połączenia mogą zostać zrealizowane również za pośrednictwem śruby luźnej (rysunek poniżej).



W tym przypadku siła F przenoszona jest poprzez siłę tarcia T pomiędzy dociśniętymi do siebie z siłą Q blachami. Matematycznie wyraża się to jako:

$$T = Q \mu i n = F$$

gdzie:

i - to liczba śrub,

n - to liczba par powierzchni trących.

Wobec powyższego siła z jaką należy napiąć śrubę:

$$Q = \frac{F}{\mu i n}$$

Śruba pracuje na rozciąganie oraz podczas montażu połączenia na skręcanie.

1) Rozciąganie

$$\sigma_r = \frac{4Q}{\pi d_3^2} \leq k_r$$

2) Skręcanie

$$\sigma_t = \frac{M_1}{W_o} \leq k_s$$

gdzie:

$$W_o = \frac{\pi d_3^3}{16}$$

to wskaźnik wytrzymałości przekroju rdzenia śruby na skręcanie,

$$M_1 = 0,5 Q d_2 t g(\gamma + \rho')$$

to moment tarcia na gwincie.

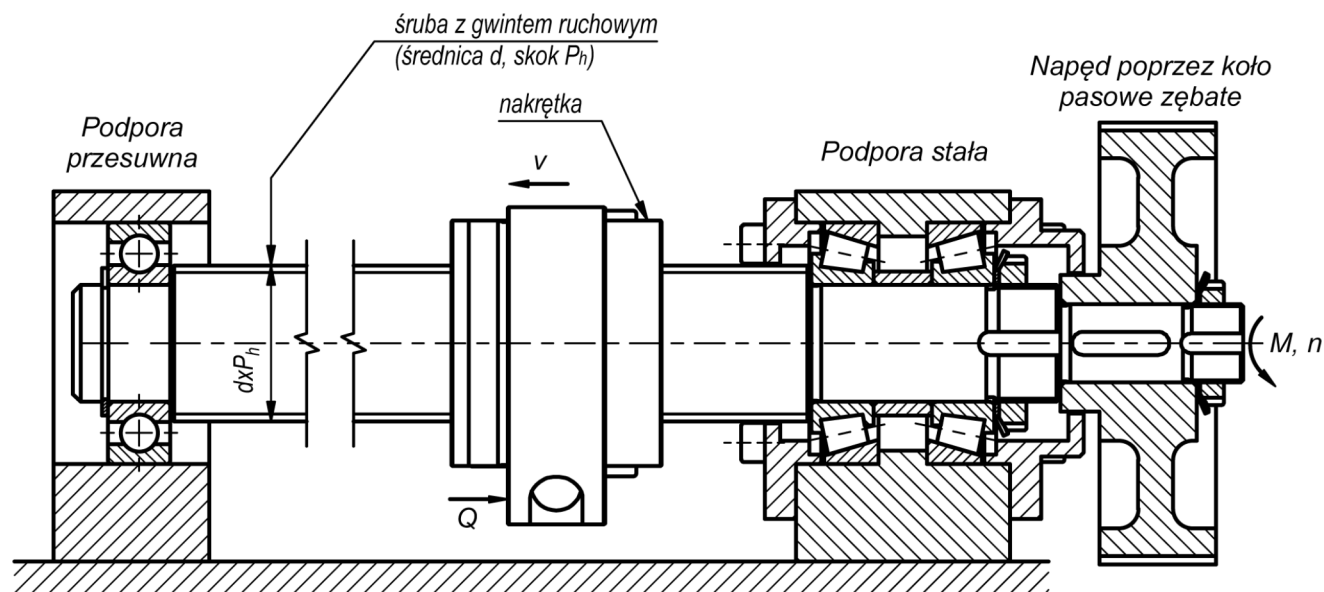
3) Skręcanie i rozciąganie

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + 3\sigma_t^2} \leq k_r$$

Należy pamiętać aby wartość momentu nie przekroczyła wartości dopuszczalnej (określonej normą lub zależnością podaną wcześniej)

3.10. Przykłady połączeń gwintowych - Śruba napędowa

Połączenia gwintowe są powszechnie wykorzystywane w mechanizmach śrubowych. Mechanizmy te pozwalają na zamianę ruchu obrotowego w postępowy. Jednym z przykładów jest śruba napędowa (rysunek poniżej).



Śruba posiadająca gwint ruchowy (np.: trapezowy lub specjalny kulowy) jest łożyskowana w dwóch podporach: stałej i przesuwnej. Podpora stała jest realizowana za pośrednictwem dwóch łożysk stożkowych w układzie "O". Podporę przesuwną natomiast stanowi łożysko kulkowe. Napęd na śrubę (moment M i prędkość n) wprowadzany jest poprzez koło pasowe zębate. Współpracująca ze śrubą nakrętka porusza się z prędkością liniową v przy obciążeniu siłą osiową Q . Podczas jednego pełnego obrotu śruby nakrętka pokona drogę równą skokowi gwintu. Wobec tego prędkości związane są ze sobą zależnością:

$$v = P_h n$$

Obliczenia śruby prowadzi się podobnie jak dla podnośnika, czyli:

$$\sigma_c = \frac{Q}{A} \leq k_c$$

$$\sigma_t = \frac{M_1}{W_o} \leq k_s$$

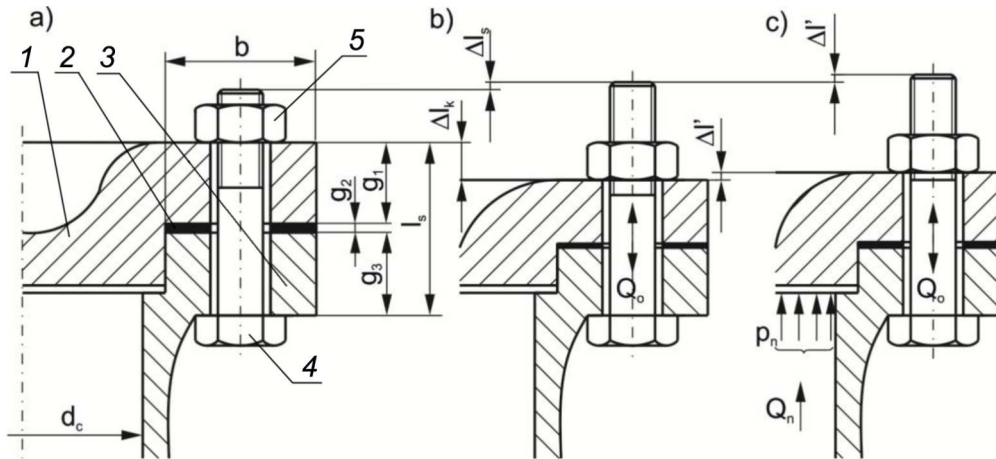
$$M = 0,5 Q d_2 t g(\gamma + \rho')$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_c^2 + \left(\frac{k_c}{k_s} \sigma_t\right)^2} \leq k_c$$

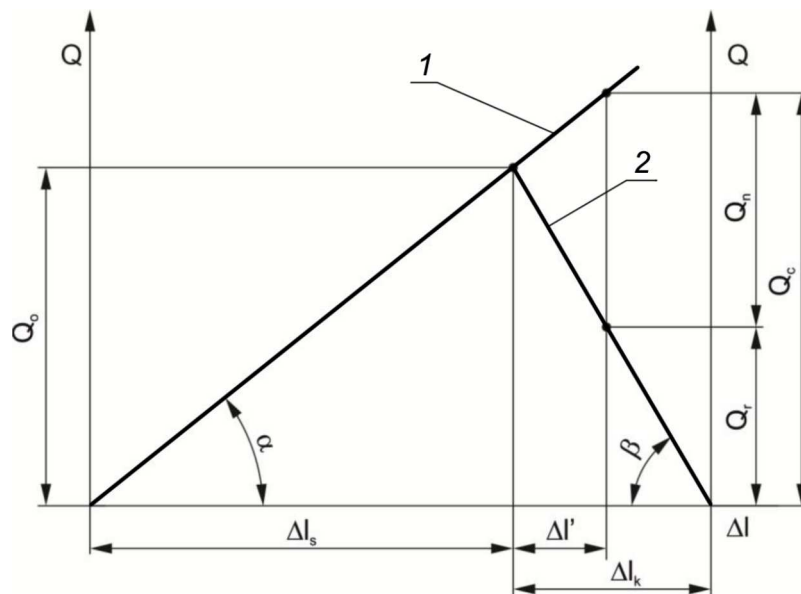
W przypadku śrub napędowych często wykorzystywane są precyzyjne mechanizmy śrubowo-toczne, które cechują się wysoką sprawnością i brakiem samohamowności.

3.11. Połączenie gwintowe pracujące z napięciem wstępnym

Klasycznym przykładem połączenia gwintowego pracującego z napięciem wstępnym jest połączenie śrubowe pokrywy cylindra (np. w silniku spalinowym). Przykład takiego połączenia przedstawiono poniżej na rysunku a).



Pokrywa (1) jest przykręcona za pośrednictwem śruby (4) i nakrętki (5) do kołnierza korpusu (3). Pomiędzy pokrywą (1), a kołnierzem (3) znajduje się uszczelka (2). Przyjmuje się, że zastosowano i śrub równomiernie rozmieszczonych na obwodzie. Dla zapewnienia poprawnego funkcjonowania (w tym przypadku szczelności) konieczne jest dokręcenie śrub z tzw. napięciem wstępnym. W wyniku wprowadzenia siły zacisku wstępnego Q_0 podczas montażu śruba ulegnie wydłużeniu o Δl_s . Zespół kołnierz - uszczelka - pokrywa zostanie natomiast ściśnięty o Δl_k (rysunek b)). Graficznie można to przedstawić na poniższym wykresie.



Prosta (1) odnosi się do rozciągania śruby, która pod wpływem siły Q_0 wydłuży się o:

$$\Delta l_s = \frac{Q_0 l_s}{E_s A_s}$$

gdzie:

A_s - jest polem przekroju rdzenia śruby,

E_s - jest modułem Younga materiału śruby,

$l_s = g_1 + g_2 + g_3$ - to czynna długość śruby.

Ponadto sztywność śruby:

$$C_s = \operatorname{tg} \alpha = \frac{Q_0}{\Delta l_s}$$

oraz zachodzi związek:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{l_s}{E_s A_s}$$

Prosta (2) natomiast dotyczy ściskania kołnierza, uszczelki i pokrywy, które zostaną ściśnięte o:

$$\Delta l_k = \frac{Q_0 g_1}{E_1 A_1} + \frac{Q_0 g_2}{E_2 A_2} + \frac{Q_0 g_3}{E_3 A_3} = Q_0 \left(\frac{1}{C_{k1}} + \frac{1}{C_{k2}} + \frac{1}{C_{k3}} \right) = \frac{Q_0}{C_k}$$

gdzie:

E_1, E_2, E_3 - to moduły Younga dla materiałów elementów ściskanych,

A_1, A_2, A_3 - to pola przekrojów walców zastępczych,

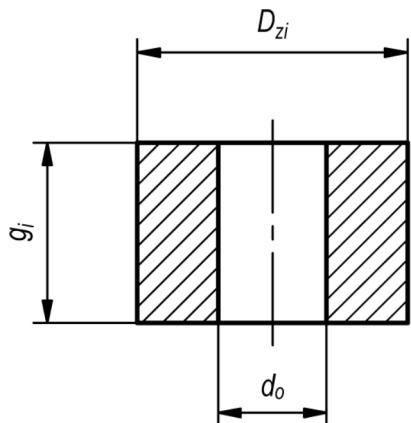
C_1, C_2, C_3 - to sztywność poszczególnych elementów.

Indeksy dolne w powyższym wzorze odnoszą się odpowiednio do: pokrywy, uszczelki i korpusu.

Ponadto sztywność zastępcza:

$$C_k = \operatorname{tg} \beta = \frac{Q_0}{\Delta l_k}$$

Przekroje ściskane, a tym samym sztywności można obliczyć zakładając, że ściskany jest walec o średnicy D_{zi} z otworem d_o (rysunek poniżej).



Średnicę zewnętrzną i -tego walca zastępczego określa się na podstawie zależności:

$$D_{z_i} = S + g_i$$

gdzie:

$i=1,2,3$ - to indeks odnoszący się odpowiednio do: pokrywy, uszczelki i kołnierza,

S - to rozmiar pod klucz,

g_i - to grubość i -tego elementu,

d_o - to średnica otworu przelotowego dla śruby.

Po zrealizowaniu połączenia (dokręceniu śrub) wprowadzony zostanie czynnik o ciśnieniu p_n . Czynnik ten wywierając siłę Q_n dodatkowo rozciągnie śrubę o $\Delta l'$ oraz odciąży zespół kołnierz - uszczelka - pokrywa (nastąpi przyrost ich grubości o $\Delta l'$), co pokazano na rysunku c). Można przyjąć, że wartość siły zewnętrznej (pochodzącej od ciśnienia p_n) działającej na jedną śrubę dana jest

wzorem:

$$Q_n = \frac{1}{4} \pi d_c^2 p_{nmax}$$

Ponadto w celu zapewnienia szczelności wymagane jest napięcie resztkowe o wartości:

$$Q_r = (0,2 \div 0,6) Q_0$$

Napięcie resztkowe jest to wartość siły, która "zostaje" w złączu po obciążeniu układu siłą zewnętrzną. Odpowiada ono za poprawne funkcjonowanie układu. W niniejszym przykładzie zapewnia szczelność, ale można spotkać również przypadki, w których napięcie resztkowe odpowiada za: zabezpieczenie złącza przed luzowaniem lub wywołanie odpowiedniej siły tarcia przenoszącej obciążenie itd. Suma napięcia resztkowego i siły zewnętrznej daje całkowitą wartość siły obciążającej śrubę Q_c . Korzystając z zamieszczonego wykresu można zapisać, że:

$$\Delta l' = \frac{Q_0 - Q_r}{C_k}$$

$$\Delta l' = \frac{Q_c - Q_0}{C_s}$$

Przyrównując powyższe wzory:

$$Q_0(C_k + C_s) = Q_c C_k + Q_r C_s$$

oraz uwzględniając, że:

$$Q_c = Q_r + Q_n$$

uzyskuje się wzór na siłę napięcia wstępnego w postaci:

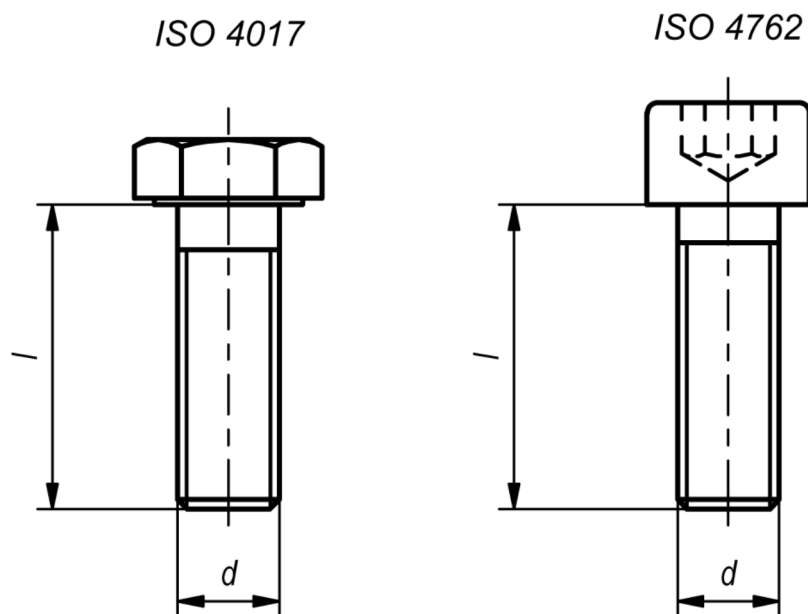
$$Q_0 = Q_r + \frac{Q_n}{1 + C_s/C_k}$$

Na podstawie tej siły i wzorów podanych na poprzednich wykładach oblicza się moment dokręcania śrub. Podczas montażu śruba jest jednocześnie skręcana i rozciągana siłą Q_0 dlatego należy pamiętać o tym aby wartość momentu dokręcania nie przekroczyła wartości momentu dopuszczalnego (wywołującego na ogół naprężenia w wysokości 90% granicy plastyczności). Po wprowadzeniu obciążenia śruba pracuje na rozciąganie (siła Q_c), a średnicę jej rdzenia dobiera się wg nierówności:

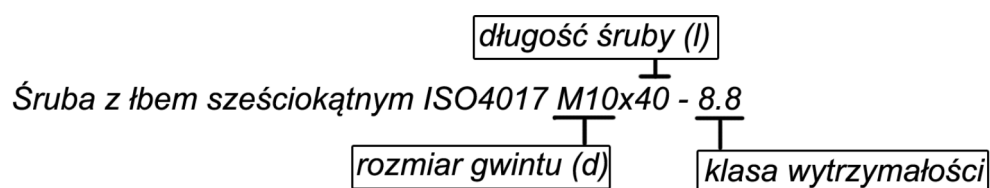
$$d_3 \geq \sqrt{\frac{4Q_c}{\pi k_{rj,0}}}$$

3.12. Łączniki gwintowe

Istnieje wiele rodzajów łączników gwintowych. Do najczęściej wykorzystywanych należą śruby z łbem sześciokątnym (norma ISO 4017) oraz z łbem walcowym z gniazdem sześciokątnym (norma ISO 4762) pokazane na rysunku poniżej.



Ta druga pozwala na zmniejszenie rozstawu śrub przy jednoczesnym "ukryciu" łba. Poprawne oznaczenie śruby powinno zawierać: nazwę śruby, normę, średnicę gwintu, długość śruby, skok gwintu (Uwaga! Skok podaje się tylko dla śrub drobnozwojnych) oraz klasę wytrzymałości. Przykład oznaczenia przedstawiono poniżej.



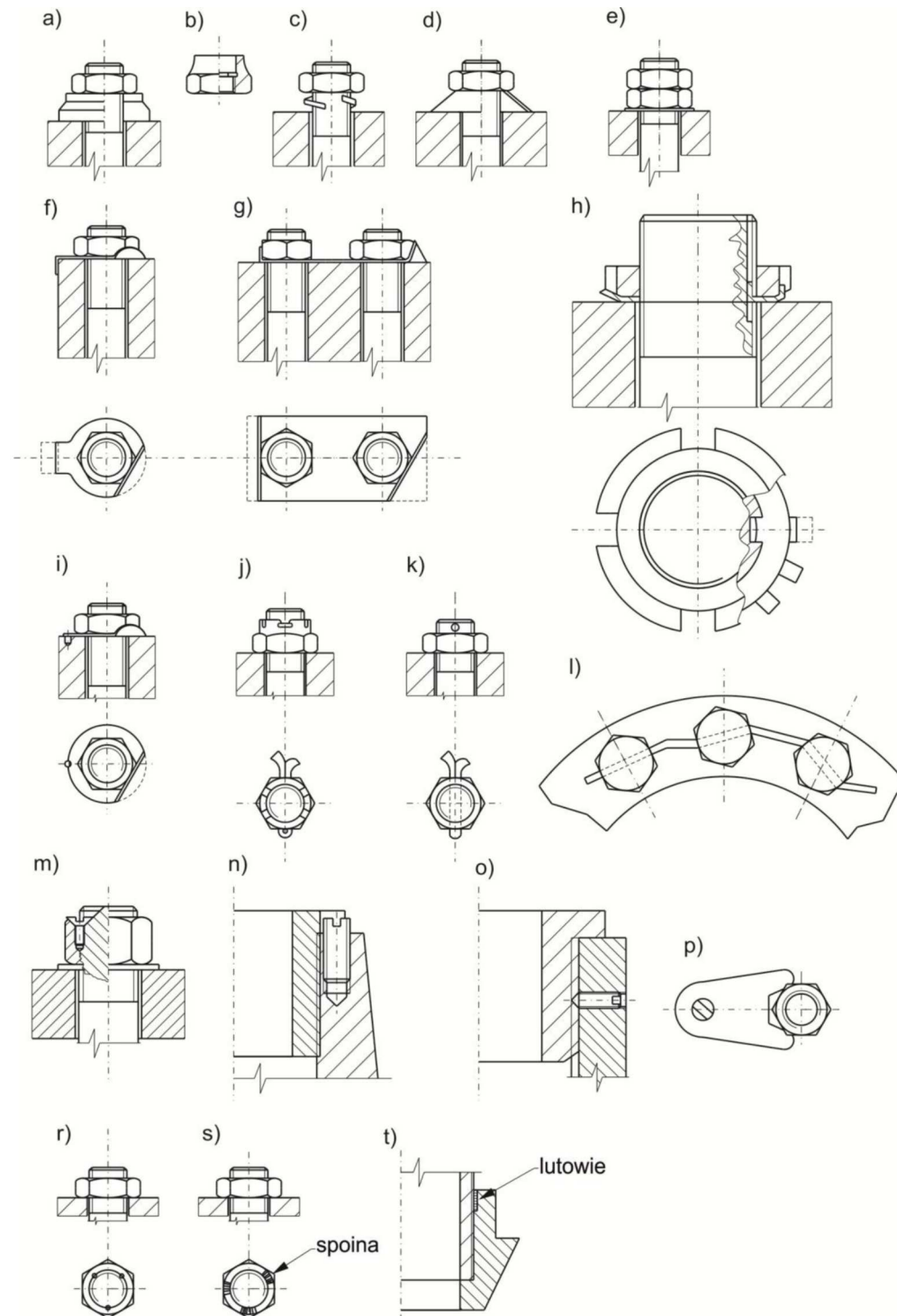
Proszę zwrócić uwagę, że podawana długość śruby odnosi się do jej długości czynnej (bez łba). w przypadku śrub ze stali stopowej i niestopowej najczęściej stosowanymi klasami wytrzymałości są klasy: 5.6 / 8.8 / 9.8 / 10.9 / 12.9. W oznaczeniu klasy wytrzymałości zakodowana jest minimalna wartość wytrzymałości na rozciąganie (R_m) oraz granicy plastyczności (R_e) materiału z jakiego została wykonana śruba, co przedstawiono poniżej.

$$R_m = 9 \cdot 100 \text{ MPa} = 900 \text{ MPa}$$
$$R_e = 9 \cdot 8 \cdot 10 \text{ MPa} = 720 \text{ MPa}$$

Jest to wygodne rozwiązanie, gdyż konstruktor nie musi znać dokładnego składu materiału z jakiego została wykonana śruba, a naprężenia dopuszczalne może obliczyć bezpośrednio na podstawie granicy plastyczności lub wytrzymałości na rozciąganie.

3.13. Sposoby zabezpieczania połączeń gwintowych przed luzowaniem

Istnieje wiele sposobów na zabezpieczenie połączenia gwintowego przed luzowaniem. Najpopularniejsze z nich przedstawiono na rysunku poniżej.



Wśród nich wymienić można:

- stosowanie podkładek o zwiększonym współczynniku tarcia (rys. a)),
- stosowanie nakrętek o zwiększonym współczynniku tarcia np. z wkładką poliamidową (rys. b)),
- stosowanie podkładek podatnych (rys. c) i d)),
- zastosowanie przeciwnakrętki (rys. e)),
- stosowanie podkładek z zabezpieczeniem kształtowym (rys. f), g), h), i))

- stosowanie nakrętek lub łożów umożliwiających zastosowanie zabezpieczenia kształtowego (rys. j), k), l), p))

- stosowanie dodatkowych połączeń np.: gwintowych (rys. m), n), o)), odkształceniowych (rys. r)), spawanych (rys. s)) czy lutowanych (rys. t)).

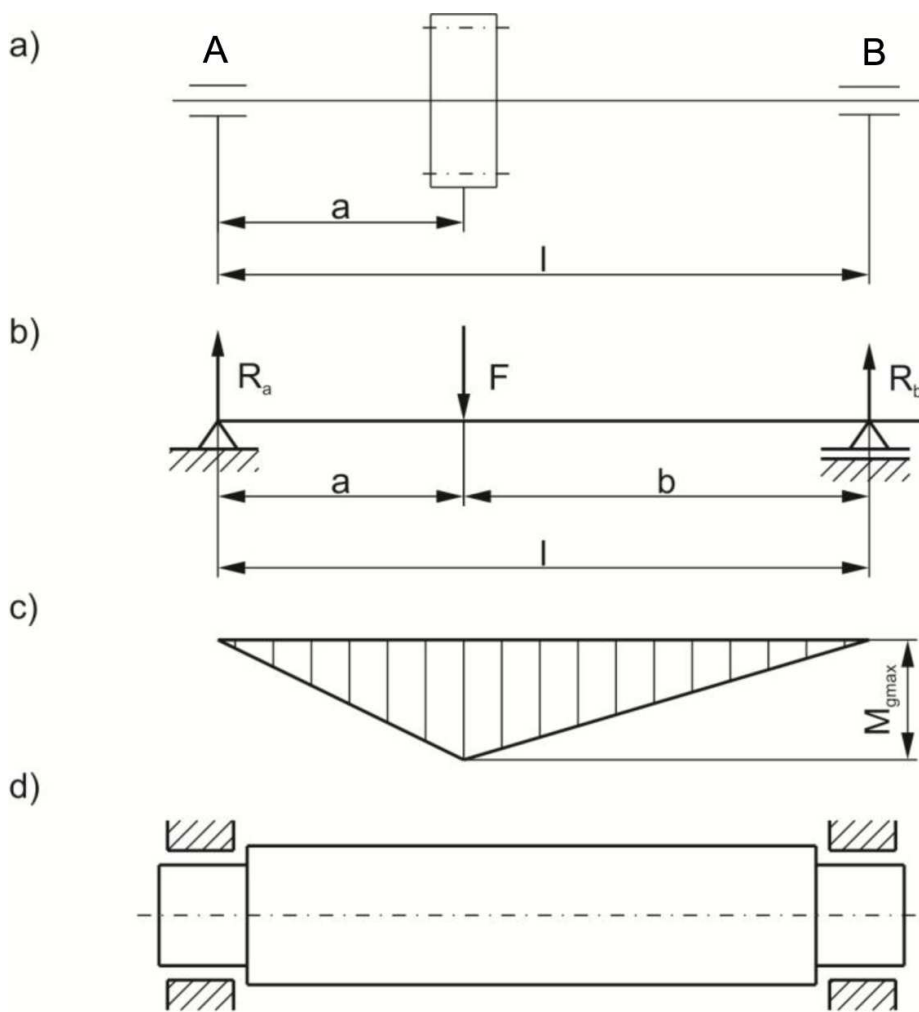
4. Wały

Wał to element maszyny podparty w łożyskach, który podtrzymuje osadzone na nim części. Wyróżnia się:

- osie (pracujące na zginanie np.: oś wagonowa),
- wały napędowe (pracujące na skręcanie; zginanie tylko od ciężaru),
- wały maszynowe (pracujące na skręcanie i zginanie).

4.1. Oś o stałej średnicy

Obliczenia osi (rys. a)) realizuje się tak jak dla belki zginanej podpartej na dwóch podporach A i B (rys. b)).



Oś obciążona jest siłą F , której położenie względem podpór określają wymiary a i b . Reakcje w podporach można obliczyć jako:

$$R_A = F \frac{b}{l}$$

$$R_B = F \frac{a}{l}$$

Maksymalny moment gnący (rys. c)) dany jest wzorem

$$M_{g_{max}} = R_A a = R_B b$$

Średnicę osi dobiera się wg poniższej nierówności

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{g_{max}}}{\pi k_{g_0}}}$$

wynikającej z warunku wytrzymałościowego

$$\sigma_g = \frac{M_{g_{max}}}{W_x} \leq k_{g_0}$$

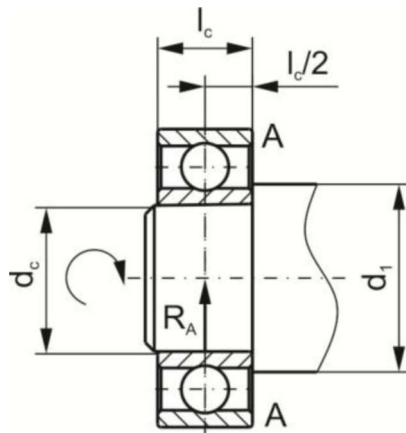
gdzie

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

to wskaźnik wytrzymałości przekroju kołowego na zginanie.

Jeśli w miejscu występowania siły F jest osadzone koło na wpuście lub wielowypuście, wówczas wyliczoną średnicę należy zwiększyć o 10%.

W następnym kolejności kształtowane są podpory A i B (rysunek poniżej).



Czop o długości l_c i średnicy d_c pracuje na zginanie i nacisk. Wobec czego muszą być spełnione poniższe warunki wytrzymałościowe.

Zginanie:

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} \leq k_{g0}$$

$$M_g = R_A \frac{l_c}{2}$$

$$W_x = \frac{\pi d_c^3}{32}$$

Nacisk:

$$k = \frac{R_A}{A} \leq k_{dop}$$

$$A = d_c l_c$$

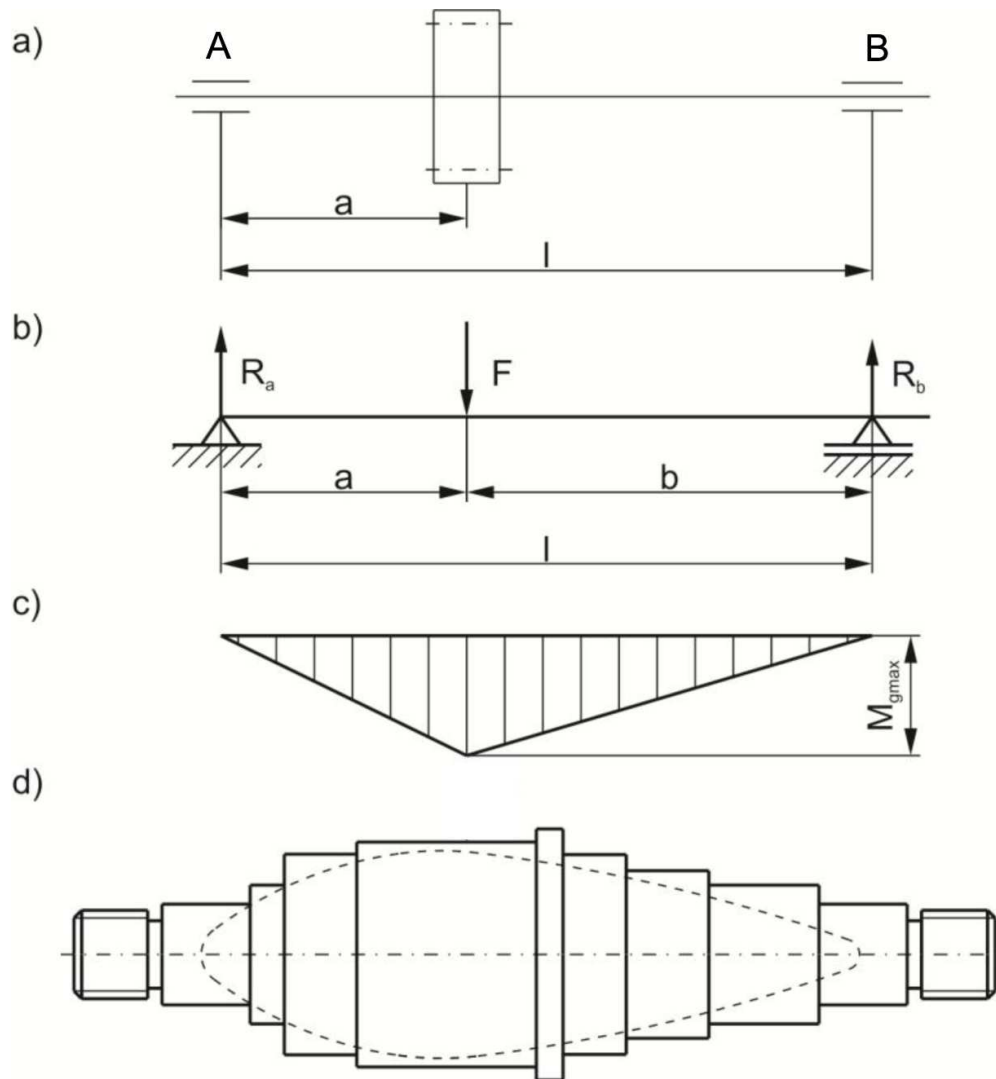
Ponadto stosunek długości czopa do jego średnicy zawiera się w przedziale

$$\frac{l_c}{d_c} \in [0.5, 1.5]$$

co wynika z wymiarów łożyska. Oczywiście podane warunki wytrzymałościowe muszą być również spełnione dla czopa w podporze B.

4.2. Oś o stałej wytrzymałości

Procedura obliczania osi o stałej wytrzymałości jest zbliżona do przedstawionej wcześniej. Również obliczenia prowadzone są tak jak dla belki zginanej (rysunek poniżej)



Różnica polega na tym, że na podstawie momentu gnącego (rys. c)) wyznacza się średnicę teoretyczną (linia przerywana na rys. d)) wg zależności:

$$d(z) = \sqrt[3]{\frac{32 M_g(z)}{\pi k_{g0}}}$$

gdzie z - jest odcięta na wykresie momentu gnącego (zmienna mierzona wzdłuż osi). Tak utworzony zarys teoretyczny (linia przerywana na rys. d)) reprezentuje kształt osi, dla której w każdym przekroju wystąpi naprężenie o wartości k_{g0} . Stąd nazwa tej osi "oś o stałej wytrzymałości". Oczywiście oś o takim kształcie nie może być wykonana, wobec czego na zarys teoretyczny nanosi się zarys rzeczywisty osi (linia ciągła rys. d)). Zarys rzeczywisty nie powinien przecinać zarysu teoretycznego. Ponadto podczas kształtowania zarysu rzeczywistego osi o stałej wytrzymałości należy kierować się poniższymi wytycznymi:

- 1) Sąsiadujące średnice powinny pozostawać w stosunku wynoszącym ok. 1,2.
- 2) Powierzchnie osi lub wału maszynowego kształtuje się powierzchniami walcowymi lub stożkowymi (rzadziej kulistymi).
- 3) Należy w miarę możliwości kształtować poszczególne średnice wg średnic znormalizowanych (nie dotyczy to powierzchni swobodnych).
- 4) Liczbę stopni ograniczyć do minimum.

5) Nie projektować zmniejszenia średnicy osi/wału w części środkowej mimo, że obciążenie na to pozwala.

4.3. Wał napędowy

Wał napędowy pracuje na skręcanie. Powinien zostać spełniony warunek wytrzymałościowy

$$\tau = \frac{M_o}{W_o} \leq k_{s_{o,j}}$$

gdzie

$$W_o = \frac{\pi d^3}{16}$$

to wskaźnik wytrzymałości przekroju na skręcanie, M_o to moment skręcający wał.

Wobec powyższego średnicę wału dobiera się wg nierówności

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_o}{\pi k_{s_{o,j}}}}$$

Wały napędowe służą często do przekazywania momentu na znaczne odległości, w związku z tym należy również sprawdzić jego sztywność. Kąt skręcenia wału napędowego powinien być mniejszy od dopuszczalnej wartości

$$\varphi = \frac{M_o l}{G I_o} \leq \varphi_{dop}$$

gdzie:

$$I_o = \frac{\pi d^4}{32}$$

to biegunowy moment bezwładności przekroju,

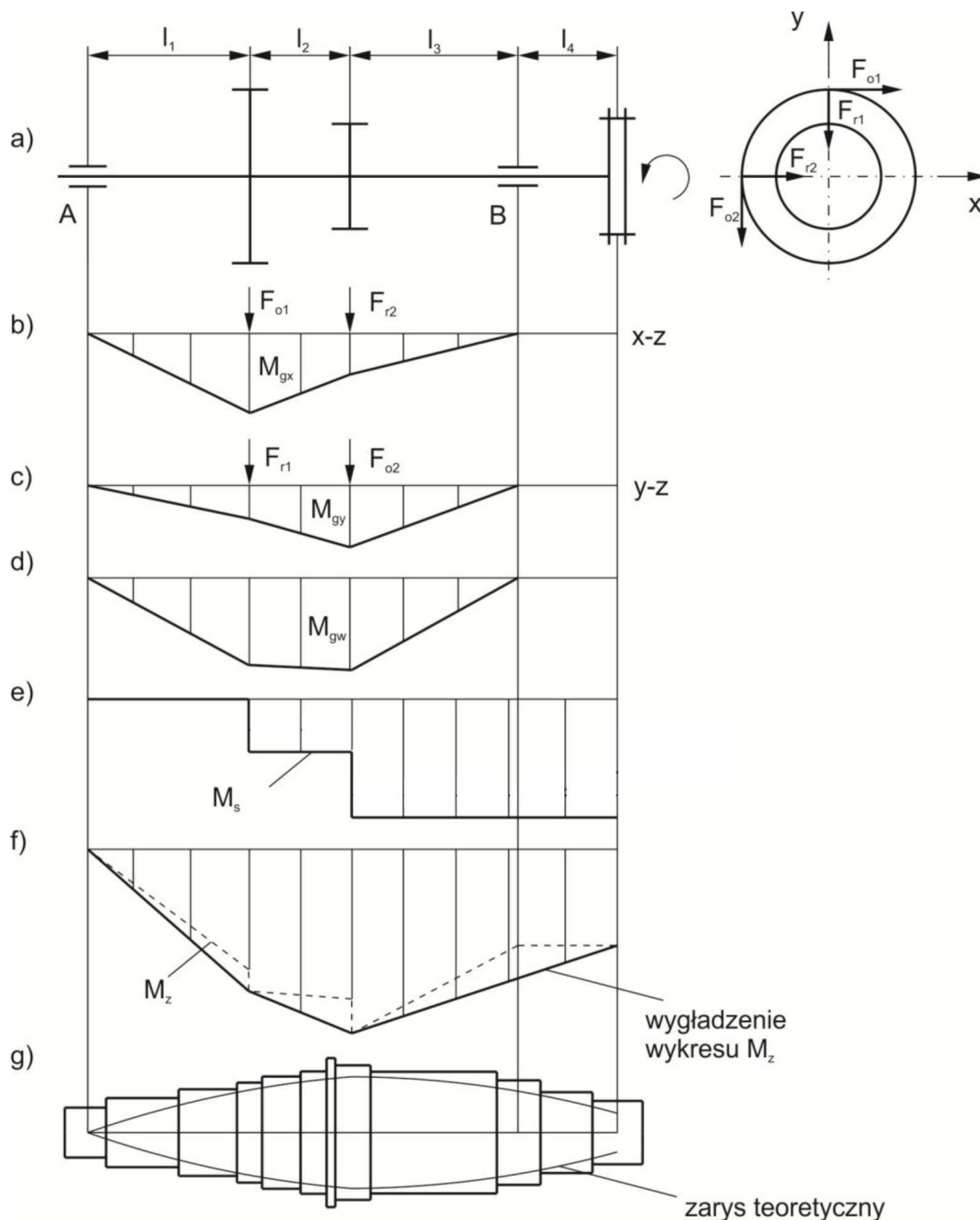
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

to moduł Kirchhoffa (odkształcalności postaciowej), l to długość wałka.

Dopuszczalny kąt skręcenia φ_{dop} można oszacować przyjmując wartość 1/4 °/m

4.4. Wał maszynowy

Wał maszynowy pracuje na zginanie i skręcanie. Proces doboru średnicy zostanie przedstawiony na przykładzie wałka walcowej przekładni zębatej. Wał schematycznie przedstawiono na rysunku a).



Moment skręcający wprowadzany jest za pośrednictwem sprzęgła. Na wałku znajdują się koła zębate, które zazębiając się z kołami współpracującymi (nieuwidocznionymi) przekazują napęd na kolejne wałki. Wał obciążony jest dwoma siłami poprzecznymi od każdego z kół. Są to siły promieniowe F_{r1} i F_{r2} oraz siły obwodowe F_{o1} i F_{o2} . Ich położenie zależy od ułożenia kół współpracujących w skrzynce przekładniowej i może być takie jak na rzucie z rys. a). Proces projektowania wału maszynowego przebiega następująco:

- 1) Rozkład sił na płaszczyzny $x-z$ i $x-y$.
- 2) Konstrukcja wykresów momentów gnących w płaszczyźnie $x-z$ (rys. b)) i $x-y$ (rys. c)).
- 3) Konstrukcja wykresu momentu wypadkowego (rys. d)) wg zależności

$$M_{gw} = \sqrt{M_{gx}^2 + M_{gy}^2}$$

- 4) Konstrukcja wykresu momentu skręcającego (rys. e)).

5) Konstrukcja wykresu momentu zastępczego (linia przerywana na rys. f)) wg zależności

$$M_z = \sqrt{M_{gw}^2 + 0,75 M_s^2}$$

6) Korekcja ("wygładzenie") wykresu zastępczego (linia ciągła na rys. f)).

7) Wyznaczenie zarysu teoretycznego wałka (linia cienka na rys. d)) wg wzoru

$$d(z) = \sqrt[3]{\frac{32 M_z(z)}{\pi k_{g0}}}$$

8) Stopniowanie wałka (linia gruba na rys. d)) i kształtowanie czopów wg wytycznych podanych wcześniej dla osi o stałej wytrzymałości.

Wzór na moment zastępczy został wyprowadzony na podstawie hipotezy wytrzymałościowej Hubera dla pełnego przekroju kołowego wg poniższego toku obliczeń:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + 3\sigma_t^2}$$

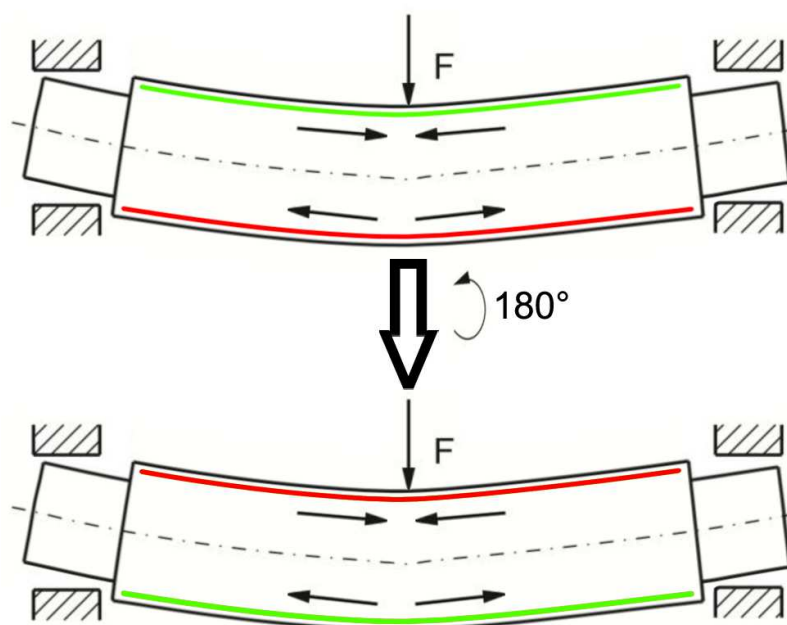
$$\frac{32 M_z}{\pi d^3} = \sqrt{\left(\frac{32 M_{gw}}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16 M_s}{\pi d^3}\right)^2}$$

$$\frac{32}{\pi d^3} M_z = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{M_{gw}^2 + 3\left(\frac{\pi d^3}{32} \cdot \frac{16}{\pi d^3}\right)^2 M_s^2}$$

$$M_z = \sqrt{M_{gw}^2 + 0,75 M_s^2}$$

Wobec powyższego wzór ten nie jest ważny w przypadku np. wałów drążonych, dla których zachodzi inny stosunek wskaźników wytrzymałości przekroju.

Proszę również zauważyć, że we wszystkich obliczeniach elementów zginanych, które jednocześnie się obracają do oszacowania wymiarów przekroju przyjmuje się naprężenia dopuszczalne w cyklu odzerowo-tętniającym (k_{g0}). Pod wpływem działania sił poprzecznych wał odkształca się, co schematycznie przedstawiono na poniższej grafice.



W pierwszym położeniu, górne włókna (kolor zielony) są ściskane, a dolne (kolor czerwony) rozciągane. Po obrocie o 180° włókna, które wcześniej były ściskane (kolor zielony) teraz są rozciągane, a te które były rozciągane (kolor czerwony) teraz są ściskane. Podczas ciągłego obrotu

wał cykl się powtarza i występuje naprzemienne ścisnienie i rozciąganie włókien co jest powodem przyjmowania do obliczeń wartości k_{go} .

Wał powinien również spełniać warunek wytrzymałościowy na skręcanie.

4.5. Obliczenia zmęczeniowe wałów

W odpowiedzialnych konstrukcjach, po wstępnych obliczeniach wałka oraz ukształtowaniu jego geometrii należy przeprowadzić sprawdzające obliczenia zmęczeniowe w przekrojach wrażliwych, w których może wystąpić koncentracja naprężeń. Oblicza się rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa dla złożonego stanu naprężeń

$$\delta = \frac{\delta_{\sigma} \delta_{\tau}}{\sqrt{\delta_{\sigma}^2 + \delta_{\tau}^2}} \geq 1,5$$

gdzie:

$$\delta_{\sigma} = \frac{Z_{g_0} \epsilon}{\sigma_{na} \beta_{\sigma}}$$

to współczynnik bezpieczeństwa wg naprężeń normalnych (od zginania),

$$\delta_{\tau} = \frac{Z_{s_0} \epsilon}{\tau_{na} \beta_{\tau}}$$

to współczynnik bezpieczeństwa wg naprężeń stycznych (od skręcania).

W powyższych wzorach:

$$Z_{g_0} = (0,4 \div 0,5) R_m$$

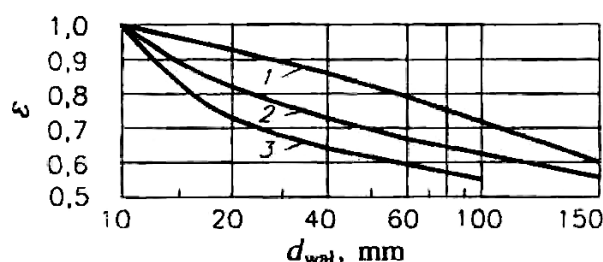
to nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa na zginanie,

$$Z_{s_0} = 0,6 Z_{g_0}$$

to nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa na skręcanie,

σ_{na} , τ_{na} - to amplituda naprężeń pochodzących odpowiednio od zginania i skręcania.

Ponadto w powyższych wzorach występuje współczynnik wielkości przedmiotu ϵ oraz współczynnik spiętrzenia naprężeń dla zginania/skręcania $\beta_{\sigma, \tau}$. Współczynnik wielkości przedmiotu zależy od średnicy wału oraz od rodzaju zastosowanego materiału. Jego wartość można odczytać z poniższych wykresów.



- 1 - stal węglowa $R_m = 400 \div 500 \text{ MPa}$
- 2 - stal stopowa $R_m = 1200 \div 1400 \text{ MPa}$
- 3 - staliwo 340-550

Współczynnik spiętrzenia naprężeń natomiast wyraża się zależnością

$$\beta_{\sigma, \tau} = \beta_{k_{\sigma, \tau}} + \beta_{p_{\sigma, \tau}} - 1$$

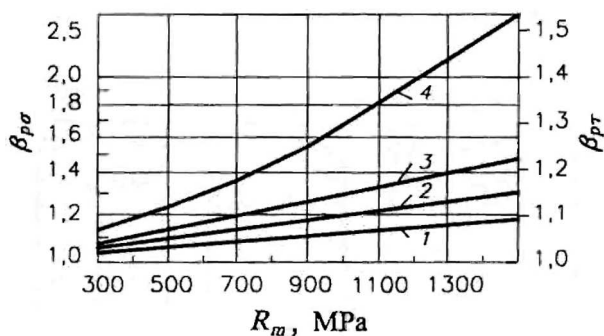
w której:

$\beta_{k_{\sigma, \tau}}$ - to współczynnik działania karbu,

$\beta_{p_{\sigma, \tau}}$ - to współczynnik stanu powierzchni,

a indeksy dolne σ i τ odnoszą się odpowiednio do zginania i skręcania.

Współczynnik stanu powierzchni można odczytać z poniższego wykresu



- 1 - szlifowanie Ra 0,8+1,6
 2 - staranne toczenie Ra 3,2+6,3
 3 - zwykłe toczenie Ra 12,5+50
 4 - ostry karb o kącie 60° i głębokości 0,1mm

Współczynnik działania karbu wyznacza się z odpowiednich tablic. Fragment takiej tablicy przedstawiono poniżej.

Współczynniki działania karbu

	$\beta_{k\sigma}$		$\beta_{k\tau}$		Szkic	Wskaźniki wytrzymałości, mm ³	
	R_m , MPa					w_g	w_o
	≤ 700	≥ 1000	≤ 700	≥ 1000			
Wał z odsadzeniem dla $D/d = 1,25 \dots 2$ $r/d = 0,02$ $r/d = 0,06$ $r/d = 0,10$	2,50 1,85 1,60	3,50 2,00 1,64	1,80 1,40 1,25	2,10 1,53 1,35		$\pi d^3/32$	$\pi d^3/16$
Wał z karbem obrączkowym dla $d_1/d = 0,05 \dots 0,025$	1,90	2,00	1,75	2,00		$\frac{\pi d^3}{32} (1,1 - 1,54 \frac{d_1}{d})$	$\frac{\pi d^3}{16} (1 - \frac{d_1}{d})$
Wał z poprzecznym otworem dla $r/d = 0,02$ ($t = r$) $0,06$ $0,10$	1,90 1,80 1,70	2,35 2,00 1,85	1,40 1,35 1,25	1,70 1,65 1,50		$\pi d^3/32$	$\pi d^3/16$
Wał z rowkiem wpustowym	1,75	2,00	1,50	1,90		$\frac{\pi d^3}{32} \frac{bt(b-t)^2}{2d}$	$\frac{\pi d^3}{16} \frac{bt(b-t)^2}{2d}$
Wał z wielowypustami: - równoległymi	1,60	1,75	2,45	2,80		$\xi \pi d^3/32$	$\xi \pi d^3/16$
- ewolwentowymi	1,60	1,75	1,50	1,60		$\frac{\pi d^3}{32} \frac{d - \text{średnica podziałowa}}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16} \frac{d - \text{średnica podziałowa}}{d}$
Zwoje ślimaka	2,30	2,50	1,70	1,90		$\frac{\pi d_f^3}{32}$ d_f - średnica podstawy zwoju	$\frac{\pi d_f^3}{16}$
Wał z nagwintowaniem	1,80	2,40	1,20	1,50		$\frac{\pi d_3^3}{32}$ d_3 - wewnętrzna średnica gwintu	$\frac{\pi d_3^3}{16}$
Wał z osadzoną tuleją (piastą)	2,40	3,60	1,80	2,50	(nacisk $p \geq 20$ MPa)	$\pi d^3/32$	$\pi d^3/16$

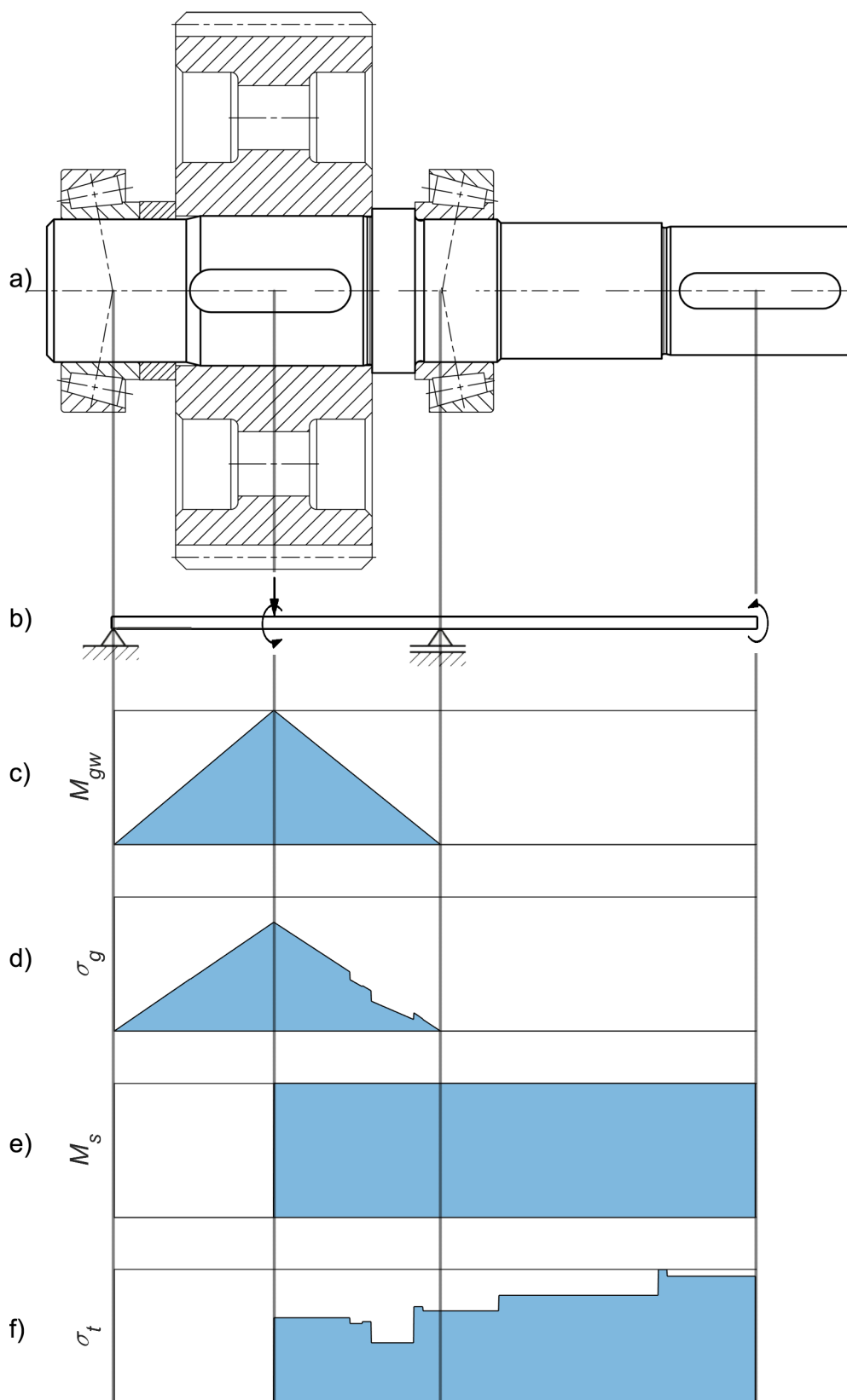
W przypadku obecności w obliczanym przekroju wału kilku współczynników działania karbu, w obliczeniach uwzględnia się współczynnik karbu o większej wartości.

Proszę zwrócić uwagę, że do oceny wytrzymałości zmęczeniowej musi być znany dokładny kształt elementu wraz z zakładaną strukturą geometryczną powierzchni (najczęściej wyrażaną poprzez parametr Ra). Ponadto konieczna jest znajomość naprężeń występujących w części σ_{na} , τ_{na} .

Sprawdzenie współczynników bezpieczeństwa powinno odbywać się w miejscach występowania karbu tzn. w miejscach, w których następuje "gwałtowna" zmiana geometrii. W przypadku wałów są to rowki wpustowe, wielowypusty, podcięcia, odsadzenia, otwory poprzeczne, promienie zaokrąglenia, stopnie, gwinty itp. Koncentracja naprężeń występuje również w miejscach zastosowania połączeń wciskowych lub rozprężno-zaciskowych. Przed przystąpieniem do obliczeń wytrzymałościowych kształt części oraz rozkład naprężeń powinien być znany.

Rozpatrzmy wał wyjściowy reduktora, na którym znajduję się jedno koło zębate (rys. a)). Wał

ułożyskowany w łożyskach stożkowych jest obciążony momentem skręcającym oraz siłą promieniową co zaznaczono na schemacie (rys. b)).



Moment gnący wypadkowy M_{gw} przyjmuje rozkład trójkątny. W wyniku występowania zróżnicowanego na długości wałka momentu bezwładności przekroju, naprężenia gnące również są zmienne (rys. d)). Można zauważyć gwałtowną zmianę wartości naprężeń gnących σ_g w miejscach, w których geometria przekroju się zmienia. Naprężenia te są dane poznana już zależnością i są jednocześnie amplitudą obciążenia:

$$\sigma_{na} = \sigma_g = \frac{M_{gw}}{W_x}$$

Moment skręcający przyjmuje stałą wartość od miejsca podłączenia sprzęgła do koła zębatego (rys. e)). Naprężenia styczne od skręcania podobnie jak w przypadku zginania są zmienne, co jak już wspomniano wynika z kształtu części (rys. f)). W przypadku obustronnego skręcania (możliwa zmiana kierunku obrotu wału) naprężenia skręcające są również amplitudą obciążenia:

$$\tau_{na} = \sigma_t = \frac{M_s}{W_o}$$

Dopiero wówczas gdy znany jest dokładny rozkład naprężeń można przystąpić do sprawdzania współczynników bezpieczeństwa wg procedury podanej poprzednio. W powyższym przykładzie w obszarze od lewej podpory do środka koła zębatego (obszar czystego zginania) należałoby wyznaczyć współczynnik bezpieczeństwa wg naprężeń normalnych δ_σ , natomiast w obszarze od prawej podpory do miejsca osadzenia sprzęgła (obszar czystego skręcania) współczynnik bezpieczeństwa wg naprężeń stycznych δ_τ . W obszarze od miejsca przyłożenia siły do prawej podpory (obszar jednoczesnego zginania i skręcania) trzeba wyznaczyć współczynnik dla złożonego stanu naprężeń δ .

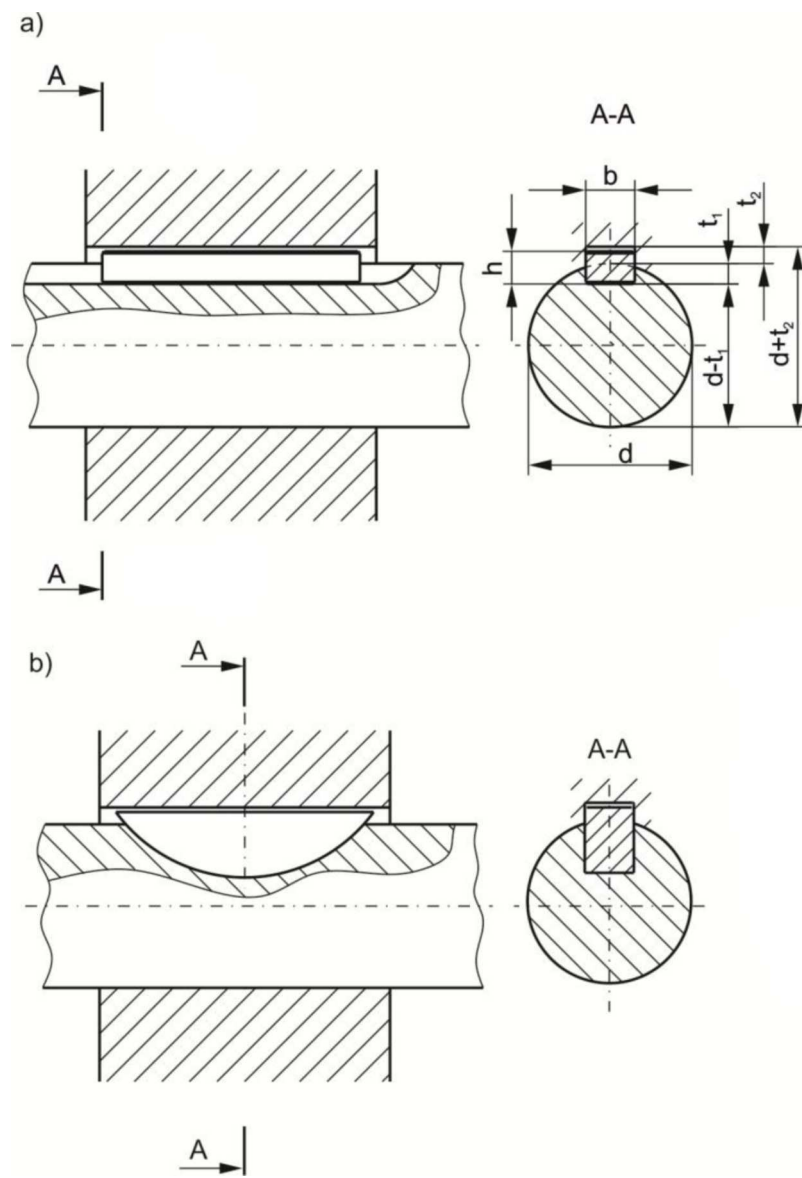
5. Połączenia "wał-piasta"

Wprowadzenie

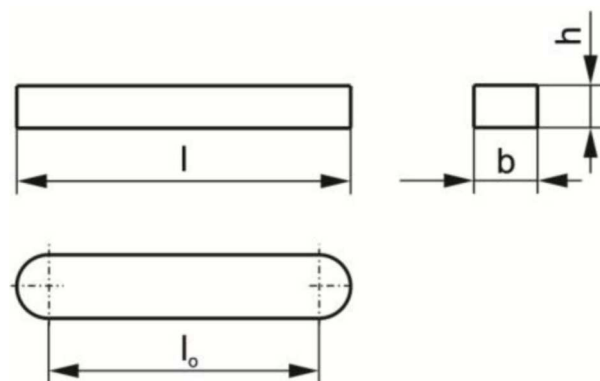
5.1. Połączenia wpustowe

Połączenia te są znormalizowane. Moment obrotowy przenoszony jest przez specjalnie ukształtowany element (wpust) osadzony w rowku wpustowym na wałku i w piastce.

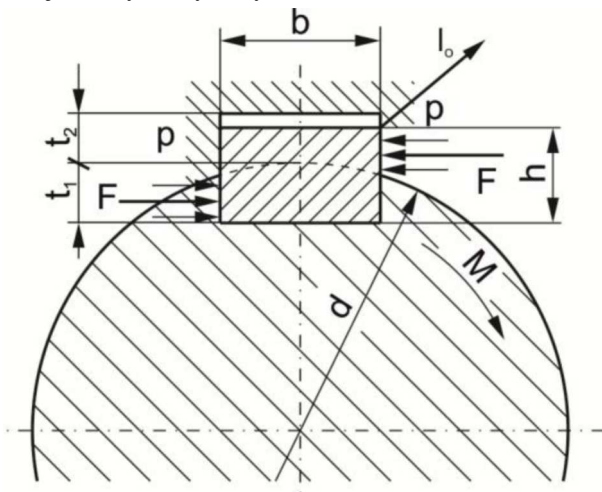
Wpusty handlowe wykonywane są zazwyczaj ze stali E360 lub E335. Na rysunku poniżej przedstawiono połączenia wałka z piastą zrealizowane za pośrednictwem wpustu pryzmatycznego (a) oraz czółenkowego (b).



Najczęściej stosowanym rodzajem wpustu jest wpust pryzmatyczny, pokazany na poniższym rysunku.



Wpust pracuje na: nacisk, ścinanie i w przypadku wyłuskania na zginanie. W praktyce wpust pryzmatyczny oblicza się na nacisk, co pokazano na rysunku poniżej.



Na podstawie znanej średnicy wałka d wg normy dobiera się wymiary wpustu oraz rowków: b , h , t_1 , t_2 . Przyjmuje się wartość siły obwodowej

$$F = \frac{2M}{d}$$

Wpust jest głębiej osadzony w wałku niż w tulei ($t_1 > t_2$) wobec czego pole powierzchni czynnej oblicza się wg wzoru

$$A = i \cdot t_2 \cdot l_0$$

gdzie:

l_0 - to obliczeniowa długość wpustu,

i - to liczba wpustów (przyjmuje się maks. 2).

Warunek na nacisk

$$k = \frac{F}{A} = \frac{2M}{d i t_2 l_0} \leq k_{dop}$$

przekształca się względem długości obliczeniowej

$$l_0 \geq \frac{2M}{d i t_2 k_{dop}} \Rightarrow l_{PN}$$

na podstawie, której dobiera się długość wpustu wg normy ($l = l_0 + b$). Połączenia wpustowe mogą być:

- spoczynkowe (tolerancja szerokości rowka P9),
- zwykłe (tolerancja szerokości rowka wałka N9, piasty JS9),
- przesuwne (tolerancja szerokości rowka wałka H9, piasty D9).

Do wad połączeń wpustowych należą:

- mały w porównaniu do połączenia wielowpustowego przenoszony moment,
- osłabienie wałka rowkiem,

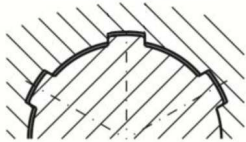
Zaletami są prostota konstrukcji i obliczeń oraz niskie koszty wykonania co sprawia, że są chętnie wykorzystywane w przemyśle maszynowym. Rowki wpustowe w wałku wykonuje się frezami palcowymi lub tarczowymi, w tulei natomiast poprzez dłutowanie, przeciąganie lub obróbkę elektroerozyjną.

5.2. Połączenia wielowypustowe

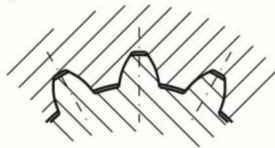
Połączenia wielowypustowe realizowane są za pośrednictwem wypustów wykonanych na wałku, które współpracują z odpowiednio wykonanymi rowkami w tulei. Połączenia te są znormalizowane i dzielą się na:

- prostokątne (rys. a)),
- ewolwentowe (rys. b)).
- trójkątne (rys. c)).

a)



b)



c)



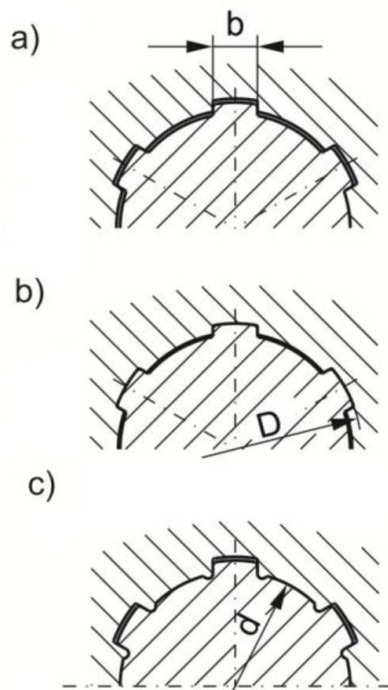
Zaletami w porównaniu do połączeń wpustowych są:

- lepsze osiowanie tulei na wałku,
- większa nośność,
- większa wytrzymałość zmęczeniowa wałków.

Wielowypusty na wałku można frezować obwiedniowo lub kształtowo, a po obróbce cieplnej szlifować. Tuleje wielowypustowe są przeciągane, przepychane lub dłutowane. Możliwa jest również obróbka elektroerozyjna. Stosowane są głównie w produkcji seryjnej lub masowej.

Bazowanie tulei na wałku może być realizowane wg:

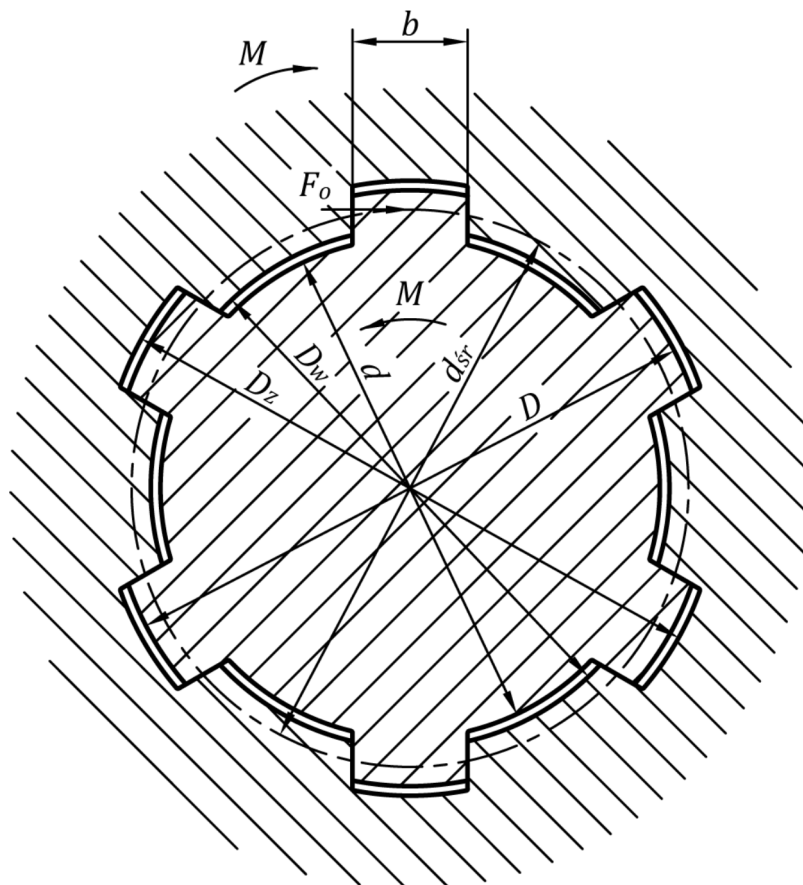
- ścianki bocznej (rys. a)),
 - średnicy zewnętrznej (rys b)),
 - średnicy wewnętrznej (rys. c)),
- co zostało pokazane poniżej.



Ponadto występują odmiany wielowypustów: lekka, średnia i ciężka.

5.3. Wielowypust prostokątny

Wymiary wielowypustu prostokątnego przedstawiono poniżej.



Podstawowymi parametrami są:

- średnica zewnętrzna wałka (D),
- średnica wewnętrzna wałka (d),
- średnica wewnętrzna piasty (D_w),
- średnica zewnętrzna piasty (D_z),
- średnica średnia (d_{sr})

$$d_{sr} = \frac{D_w + D}{2}$$

W przypadku wielowypustu podobnie jak dla wpustów pryzmatycznych wymiary określa się wg normy na podstawie średnicy wału.

Przyjmując siłę obwodową działającą na średnicy średniej

$$F_o = \frac{2M}{d_{sr}}$$

można zapisać warunek wytrzymałościowy na nacisk

$$k = \frac{F_o}{A} \leq k_{dop}$$

Przyjmując ponadto pole czynnego przekroju jako

$$A = \frac{D - D_w}{2} l \cdot z \cdot \psi$$

gdzie:

l - to długość wpustu (często równa szerokości piasty),

z - liczba wypustów,

$\psi = 0,75$ - współczynnik nierównomierności obciążenia (uwzględnia wpływ błędów wykonania połączenia na rozkład obciążenia),

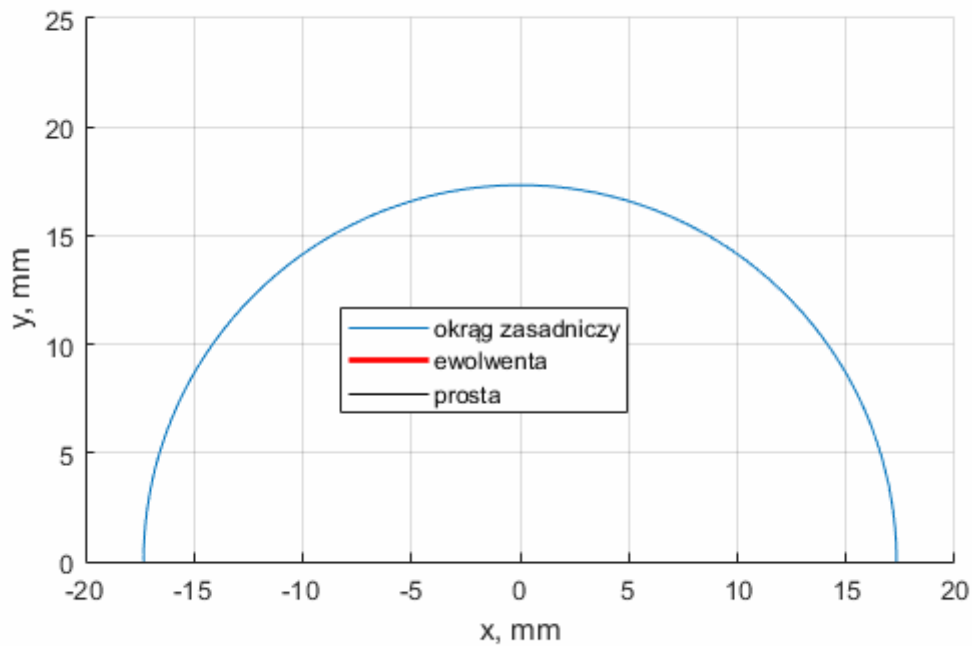
można zapisać nierówność

$$k = \frac{2F_o}{(D - D_w) l z \psi} \leq k_{dop} \Rightarrow l$$

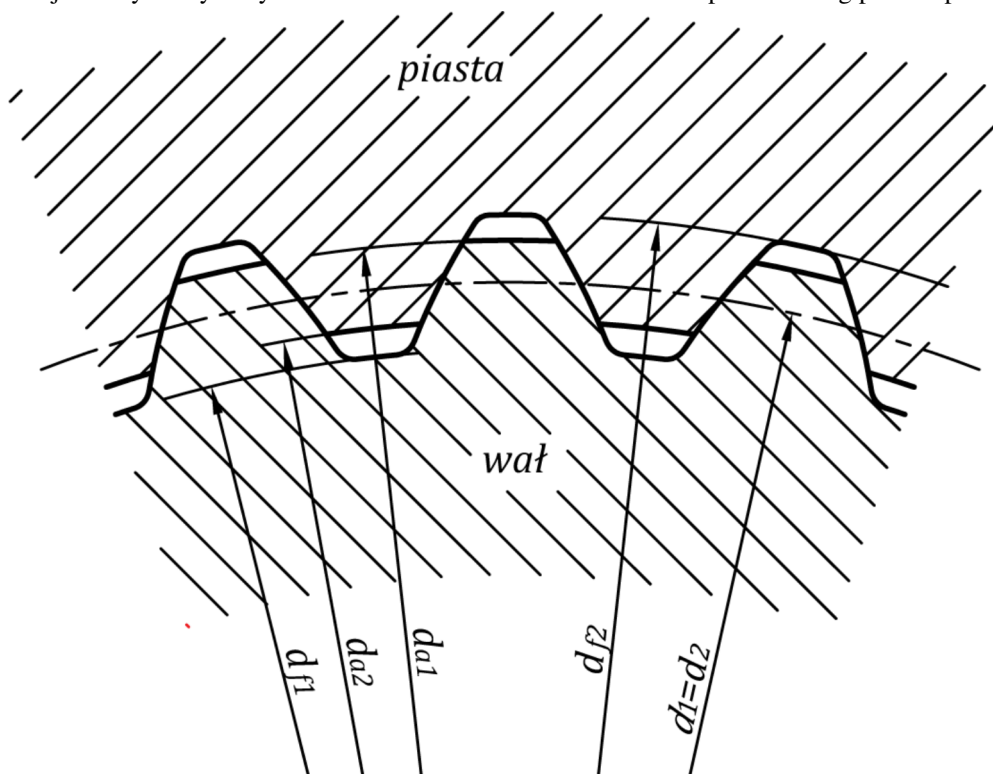
na podstawie, której wyznacza się długość wielowypustu.

5.4. Wielowypust ewolwentowy

Ten rodzaj wielowypustu odznacza się największą nośnością i jest bardzo często stosowany w przemyśle lotniczym i motoryzacyjnym. Wielowypusty tego typu również są znormalizowane. Różnica w stosunku do wielowypustów prostokątnych polega na tym, że zarys wypustów jest krzywą zwaną ewolwentą. Ewolwenta jest to krzywa, którą zatacza punkt leżący na prostej odcinającej się bez poślizgu po okręgu (jak pokazano na poniższej animacji). Okrąg ten nosi nazwę okręgu zasadniczego.



Ewolwentowy zarys zębów jest też powszechnie stosowany w przekładniach zębatych. Z tego względu parametry zarysu wielowypustu oblicza się podobnie jak dla kół zębatych z tą różnicą, że tu wykorzystuje się zazwyczaj zęby niskie o zwiększonym kącie przyporu. Poprzez analogię do kół zębatych można powiedzieć, że połączenie wielowypustowe ewolwentowe składa się z dwóch kół zębatych o tej samej liczbie zębów: koła o uzębieniu zewnętrznym (wał) i koła o uzębieniu wewnętrznym (piasta), co pokazano na rysunku.



Wg normy PN-M/85010 przyjmuje się następujące parametry zarysu:

- kąt przyporu

$$\alpha = 30^\circ$$

- średnica podziałowa

$$d_1 = d_2 = mz$$

gdzie: m - to moduł, z - to liczba zębów,

- wysokość głów zębów

$$h_{a1} = h_{a2} = 0,45m$$

- wysokość stóp zębów

$$h_{f1} = h_{f2} = 0,55m$$

- średnice wierzchołków zębów

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} + 2xm$$

$$d_{a2} = d_2 - 2h_{a2} + 2xm$$

- średnice dna wrębów

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} + 2xm$$

$$d_{f2} = d_2 + 2h_{f2} + 2xm$$

Przyjmując, że z normy znana jest średnica nominalna połączenia d_{f2} oraz moduł m oblicza się przesunięcie zarysu xm jako

$$xm = 0,5(d_{f2} - d_2 - 2h_{f2})$$

gdzie x to współczynnik przesunięcia zarysu (korekcji).

Wymiary średnicowe można wówczas wyrazić jako:

$$d_{a1} = d_{f2} - 0,2m$$

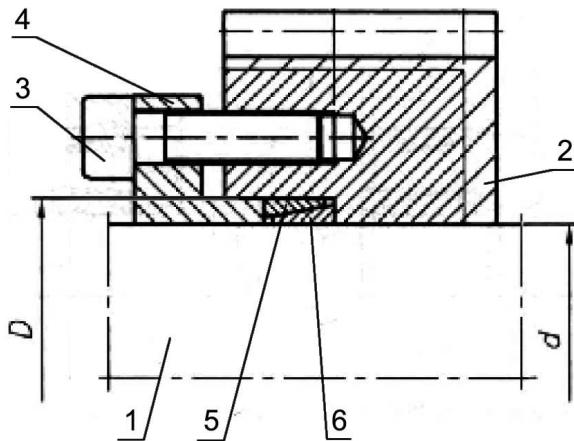
$$d_{f1} = d_{f2} - 2,2m$$

$$d_{a2} = d_{f2} - 2m$$

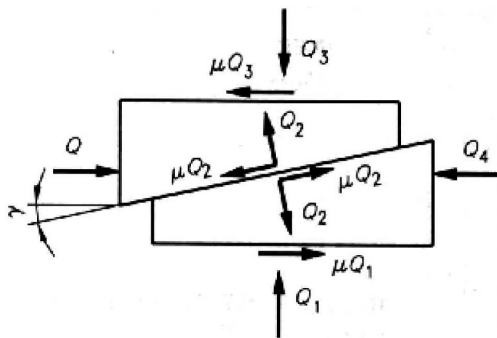
Przedstawiony zarys połączenia ewolwentowego jest jednym z wielu zarysów znormalizowanych.

5.5. Połączenie rozprężno-zaciskowe

Przykładowe połączenie rozprężno-zaciskowe przedstawiono na poniższym rysunku.



Na wale (1) osadzono piastę (2). Moment obrotowy przenoszony jest poprzez parę pierścieni stożkowych: zewnętrzny (5) i wewnętrzny (6), które ściskane są kołnierzem (4) dokręcanym za pośrednictwem śrub (3). Ściśnięcie pierścieni powoduje ich odkształcenie, które powinno wywołać siłę tarcia pomiędzy powierzchniami walcowymi, która zrównoważy moment obrotowy. Rozkład sił w parze pierścieni stożkowych pokazano poniżej.



Zapisując równania równowagi statycznej pierścieni uzyskuje się układ równań

$$\begin{cases} Q = \mu Q_3 + \mu Q_2 \cos \gamma + Q_2 \sin \gamma \\ Q_4 = -\mu Q_1 + \mu Q_2 \cos \gamma + Q_2 \sin \gamma \\ Q_2 \cos \gamma - Q_3 - \mu Q_2 \sin \gamma = 0 \\ Q_2 \cos \gamma - Q_1 - \mu Q_2 \sin \gamma = 0 \end{cases}$$

gdzie: μ - to współczynnik tarcia, γ - to półkąąt rozwarcia stożka pierścieni.

Przyjmując, że dana jest siła od śrub Q oraz, że $\mu \sin \gamma \approx 0$ rozwiązaniem tego układu są siły:

$$Q_2 = \frac{Q}{(2\mu + \operatorname{tg} \gamma) \cos \gamma}$$

$$Q_1 = Q_3 = \frac{Q}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma}$$

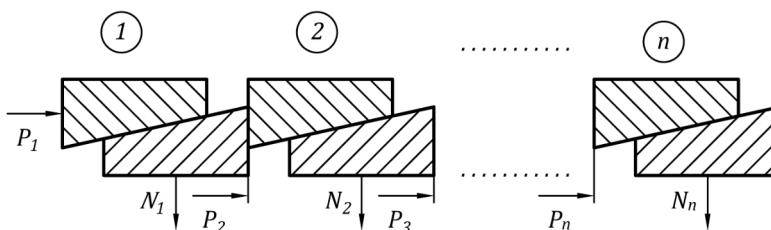
$$Q_4 = Q \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma}$$

Ze względu na równość $Q_1 = Q_3$ najmniejszy moment wystąpi pomiędzy wałem, a pierścieniem wewnętrznym i on decyduje o nośności połączenia. Moment przenoszony przez jedną parę pierścieni

jest zatem dany wzorem

$$M = 0,5 \mu d Q_1 = 0,5 \mu d \frac{Q}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma}$$

Istnieje możliwość zastosowania kilku par pierścieni co pokazano poniżej.



Para pierścieni (1) jest obciążona siłą pochodzącą od śrub P_1 i obciąża parę pierścieni (2) siłą P_2 . Ponadto para (1) działa na wał z siłą N_1 , a para (2) z siłą N_2 . Kontynuując rozumowanie n -ta para pierścieni obciążona jest siłą P_n i działa na wał z siłą N_n . Korzystając z rozwiązania układu równań równowagi, które zostało przedstawione wyżej można zapisać

$$\begin{aligned} P_1 &= Q & N_1 &= Q_1 = \frac{P_1}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma} \\ P_2 &= Q q = Q \frac{\operatorname{tg} \gamma}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma} & N_2 &= \frac{P_2}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma} \\ P_3 &= Q q^2 & N_3 &= \frac{Q}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma} q^2 \\ \vdots & & \vdots & \\ P_n &= Q q^{n-1} & N_n &= \frac{Q}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma} q^{n-1} \end{aligned}$$

Siły działające na kolejne pierścienie tworzą ciąg geometryczny o ilorazie

$$q = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma}$$

Wobec tego moment przenoszony przez n -tą parę pierścieni

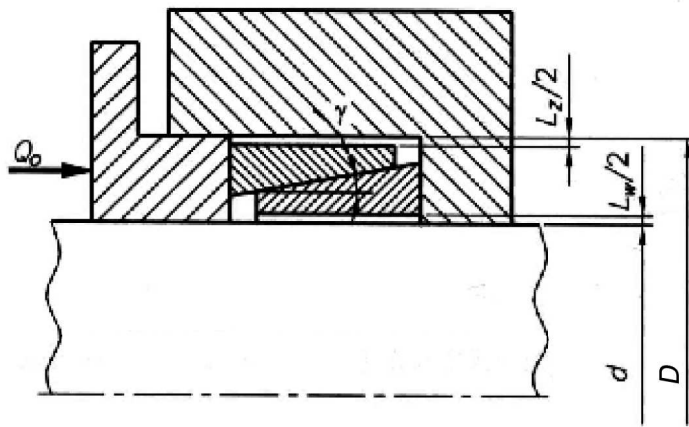
$$M_n = 0,5 \mu d \frac{Q}{2\mu + \operatorname{tg} \gamma} q^{n-1}$$

Całkowity moment przenoszony przez n par pierścieni jest więc sumą n wyrazów ciągu geometrycznego

$$M_c = \frac{Q \mu d}{2(2\mu + \operatorname{tg} \gamma)} \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

W praktyce stosuje się maksymalnie 4 pary pierścieni, ze względu na spadek udziału kolejnych par w przenoszeniu momentu.

We wstępnym etapie montażu połączenia siła od śrub musi skasować luz zewnętrzny L_z i wewnętrzny L_w występujący pomiędzy powierzchniami walcowymi, co pokazano na poniższym rysunku.



Jest to pierwszy etap montażu połączenia, w którym pierścienie odkształcają się tak aby doszło do ich kontaktu z wałkiem i piastą. Siła Q_0 niezbędna do skasowania luzu dana jest wzorem

$$Q_0 = 2\pi \cdot \frac{EA}{k+1} \cdot \frac{\mu + \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \gamma} \cdot \frac{L_z + L_w}{2}$$

gdzie:

$k = D/d$ - to stosunek średnicy otworu do średnicy wałka,

E - do moduł Younga,

A - to pole przekroju pierścienia.

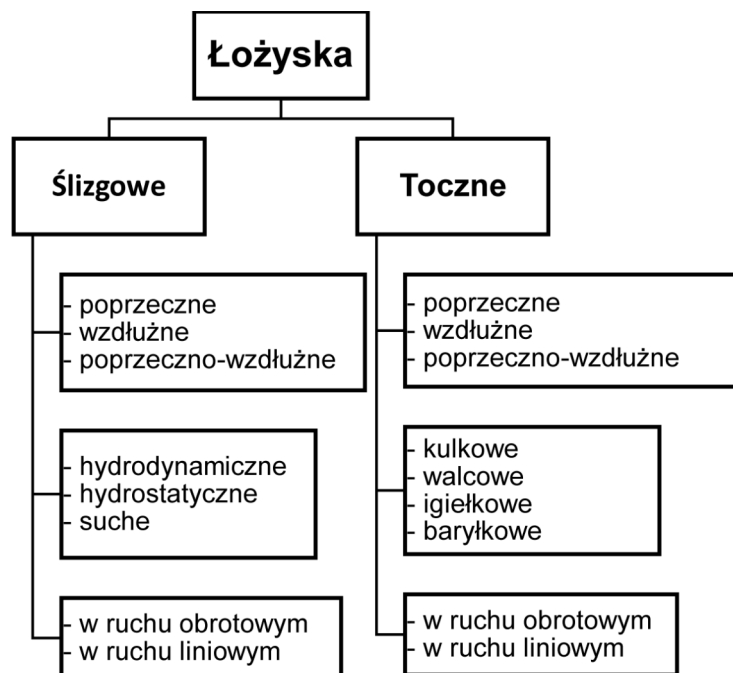
W kolejnym etapie montażu śruby dokręcane są z siłą Q niezbędną do przenoszenia momentu, której wartość określa się z poprzednio wyprowadzanych zależności. Tym samym całkowite obciążenie śrub wynosi

$$Q_c = Q_0 + Q$$

Oczywiście stosuje się zazwyczaj kilka śrub równomiernie rozmieszczonych na obwodzie, a obciążenie jednej śruby uzyskuje się poprzez podzielenie siły Q_c przez ich liczbę.

6. Łożyskowanie

Elementy obracające się powinny być ustalone w korpusie. Realizowane jest to poprzez łożyska. Łożyska można podzielić wg poniższego schematu.

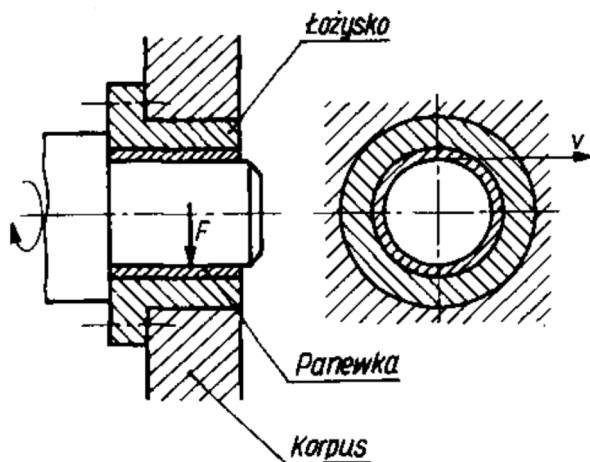


Łożyska ślizgowe to łożyska, w których powierzchnia czopa wału ślizga się bezpośrednio po powierzchni otworu łożyska.

W łożyskach tocznych natomiast pomiędzy elementami obracającymi się występują dodatkowe elementy toczne (kulki, wałki itp.).

6.1. Łożyska ślizgowe

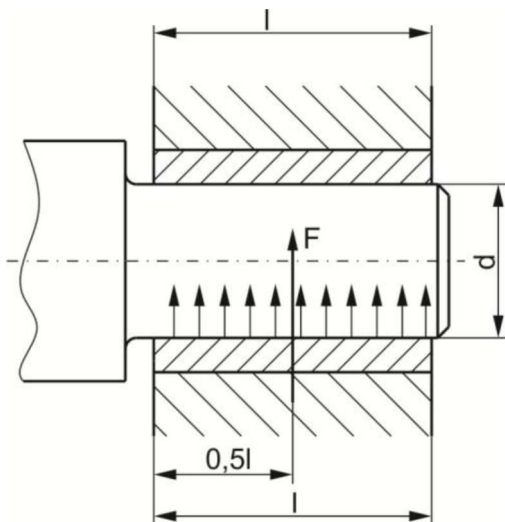
W łożyskach ślizgowych występuje tarcie ślizgowe pomiędzy powierzchnią wałka, a panewką. Przykład łożyska ślizgowego przedstawiono poniżej.



Panewki wykonywane są z materiałów takich jak:

- stopy cynowe,
- stopy ołowiowe,
- brązy odlewnicze,
- mosiądze,
- tuleje spiekane nasycone olejem,
- termo i duroplasty.

Schemat obliczeniowy łożyska ślizgowego pokazano poniżej.



Czop wału pracuje na zginanie zatem powinna być spełniona nierówność

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} \leq k g_0$$

gdzie:

$$M_g = 0,5 F l$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

Ponadto sprawdza się naciski pomiędzy panwią, a czopem

$$p_{sr} = \frac{F}{dl} \leq k_{dop}$$

Jako naciski dopuszczalne przyjmuje się wartość dla słabszego materiału, a więc najczęściej dla materiału panewki. Orientacyjne wartości nacisków dopuszczalnych w przypadku zastosowania stalowego czopa wynoszą:

- panewka żeliwna - 2-3MPa,
- panewka z brązu/mosiądzu - 5MPa,
- panewka ze stopu łożyskowego - 6MPa.

Łożysko pracuje także na grzanie. W uproszczeniu jako miarę ciepła przyjmuje się iloczyn nacisków średnich i prędkości obwodowej $p_{sr}v$, który powinien być mniejszy od wartości dopuszczalnej

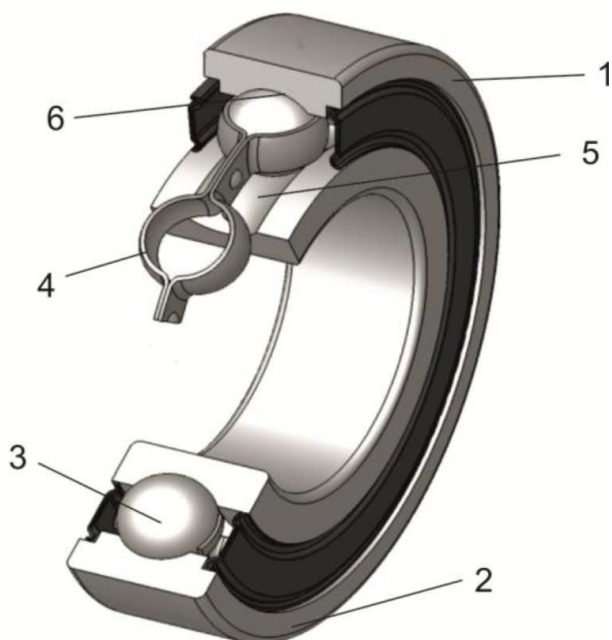
$$(p_{sr}v) \leq (pv)_{dop}$$

Iloczyn wyrażany jest w jednostce [MN/(ms)], a jego wartości dopuszczalne ustalone dla temperatury 60°C wynoszą przykładowo:

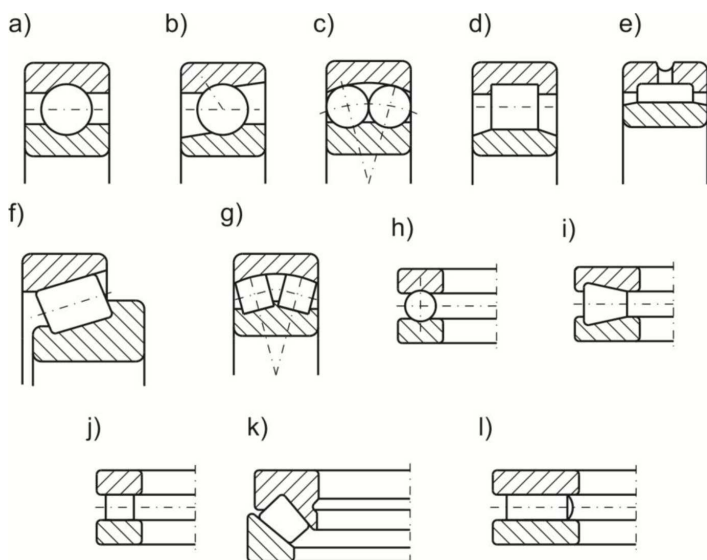
- łożyska wałów obrabiarek - 1÷2,5,
- łożyska silników spalinowych 1÷2,
- łożyska dźwignic 4÷10.

6.2. Łożyska toczne

Budowę łożyska tocznego przedstawiono poniżej.



Pomiędzy powierzchniami pierścieni zewnętrznym (2) i wewnętrznym (1) znajdują się elementy toczne (3) - w tym przypadku kulki. Kulki utrzymywane są poprzez koszyk (4). Mogą również występować dodatkowe uszczelnienia w postaci gumowych lub stalowych pierścieni. Istnieje wiele odmian konstrukcyjnych łożysk tocznych. Niektóre z nich przedstawiono poniżej.

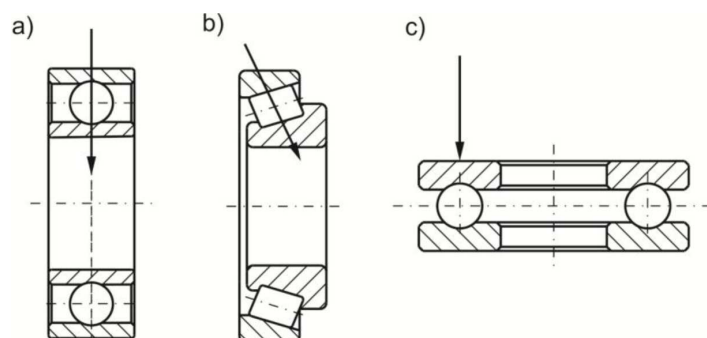


Występują między innymi łożyska:

- kulkowe zwykłe (a),
- kulkowe skośne (b),
- kulkowe wahliwe (c),
- walcowe (d),
- igiełkowe (e),
- stożkowe (f),
- baryłkowe (g),
- kulkowe wzdłużne (h),

- stożkowe wzdłużne (i),
- walcowe wzdłużne (j),
- baryłkowe wzdłużne (k),
- igiełkowe wzdłużne (l).

Wśród nich występują łożyska, które mogą być obciążone poprzecznie (rys. a) poniżej), poprzecznie i wzdłużnie (rys. b) poniżej), lub wzdłużnie (rys. c) poniżej).



6.3. Dobór łożysk tocznych

W przypadku dynamicznego obciążenia łożyska, jego dobór przeprowadzany jest na podstawie równania trwałości. Równanie to opisuje trwałość łożyska w funkcji obciążenia.

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

gdzie:

L_{10} - to trwałość wyrażona w milionach obrotów,

C - to nominalna nośność dynamiczna łożyska dobierana wg katalogu/normy. Jest to wartość obciążenia, które powoduje, że dla pewnej grupy łożysk 90% osiągnie lub przekroczy liczbę 10^6 obrotów.

p - to wykładnik równania trwałości ($p=3$ dla łożysk kulkowych, $p=10/3$ dla łożysk walcowych),

P - to równoważne obciążenie dynamiczne, które uwzględnia wpływ kombinacji obciążenia poprzecznego oraz wzdłużnego na trwałość łożyska. Wyraża się zależnością

$$P = X F_r + Y F_a$$

gdzie:

X, Y - to współczynniki przeliczeniowe dla obciążenia poprzecznego i wzdłużnego,

F_r - to obciążenie poprzeczne (promieniowe),

F_a - to obciążenie wzdłużne (osiowe).

Jeżeli prędkość obrotowa jest stała można obliczyć trwałość w godzinach pracy jako

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60n} L_{10}$$

gdzie:

n - to prędkość obrotowa w obr/min,

L_{10} - to trwałość w milionach obrotów.

W przypadku statycznego obciążenia łożyska jego dobór przeprowadza się na podstawie nośności statycznej. Nośność statyczna jest to obciążenie, przy którym w miejscu styku wystąpi trwałe odkształcenie równe ok. 1/10000 średnicy elementu tocznego. Powinien zostać spełniony warunek

$$C_o \geq s_o P_o$$

gdzie:

C_o - to nośność statyczna łożyska (odczytywana z katalogu/normy),

s_o - to współczynnik bezpieczeństwa ($s_o=1\div 3$ dla spokojnej pracy, $s_o > 3$ dla dużych obciążeń),

P_o - to równoważne obciążenie statyczne obliczane podobnie jak poprzednio

$$P_o = X_o F_{or} + Y_o F_{oa}$$

gdzie:

X_o, Y_o - to współczynniki przeliczeniowe dla statycznego obciążenia poprzecznego i wzdłużnego,

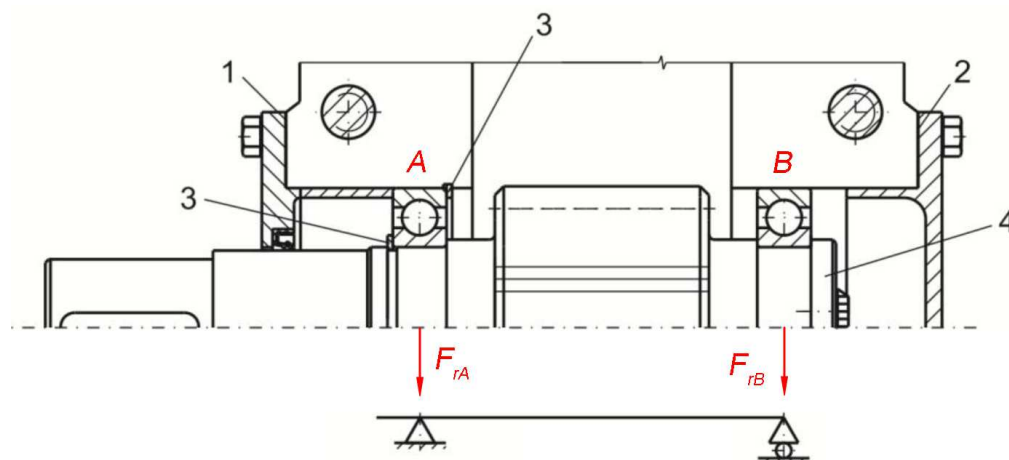
F_{or} - to statyczne obciążenie poprzeczne (promieniowe),

F_{oa} - to statyczne obciążenie wzdłużne (osiowe).

6.4. Układy łożyskowań

Układ węzeł ustalający - węzeł swobodny (podpora stała - podpora przesuwna)

Ten układ łożyskowania można stosować w przypadkach gdy nie występuje duże obciążenie wzdłużne. Przykład łożyskowania zębniaka o zębach prostych wg tego układu pokazano poniżej.



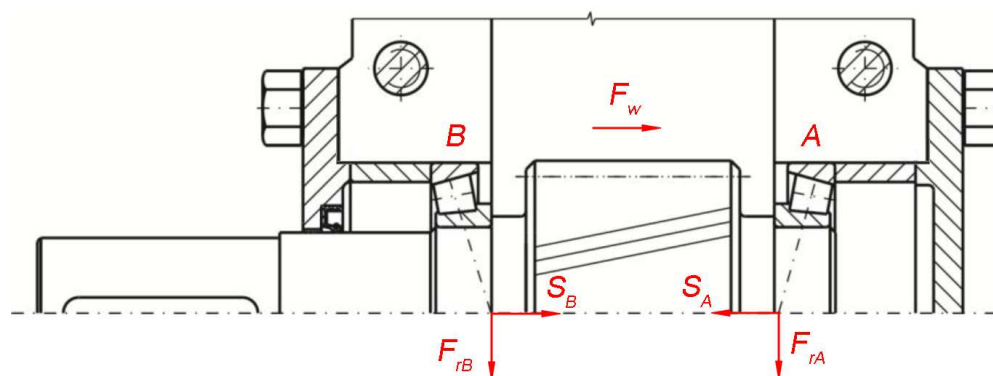
Zastosowano łożyska kulkowe zwykłe, z których łożysko "A" ma ustalone w obydwu kierunkach osiowych pierścienie zewnętrzny i wewnętrzny i stanowi podporę stałą. Łożysko "B" natomiast ustalone jest na wałku natomiast ma zapewnioną możliwość przesuwu osiowego względem oprawy (korpusu). Taki układ łożyskowania pozwala na kompensację odkształceń termicznych wału. W przypadku braku obciążenia osiowego, do obliczeń trwałości łożysk jako równoważne obciążenia dynamiczne przyjmuje się wprost reakcję w podporach F_{rA} lub F_{rB} .

Układ nastawny

Wyróżnia się dwa rodzaje układów nastawnych: układ "X" i układ "O". Ten typ łożyskowania nadaje się do łożyskowania wałów obciążonych siłami wzdłużnymi i promieniowymi. W układach tych stosowane są pary łożysk poprzeczno-wzdłużnych np.: łożysk stożkowych lub kulkowych skośnych, dla których charakterystycznym jest przesunięcie punktu zaczepienia reakcji względem środka łożyska. Ponadto aby obciążenie było rozłożone równomiernie na wszystkie elementy toczne łożyska, tym samym zapewniając wymaganą trwałość, należy zapewnić możliwość wprowadzania napięcia wstępnego łożysk. Istnieje wiele rozwiązań konstrukcyjnych, które to umożliwiają jak np: stosowanie nakrętek łożyskowych, podkładek regulacyjnych, szlifowanych na dokładny wymiar tulei/pierścieni, stosowanie sprężyn czy dodatkowych elementów napinających osadzonych w pokrywach.

Układ "X"

Układ "X" zastosowany do łożyskowania wału z kołem zębatym o zębach śrubowych przedstawiono poniżej.

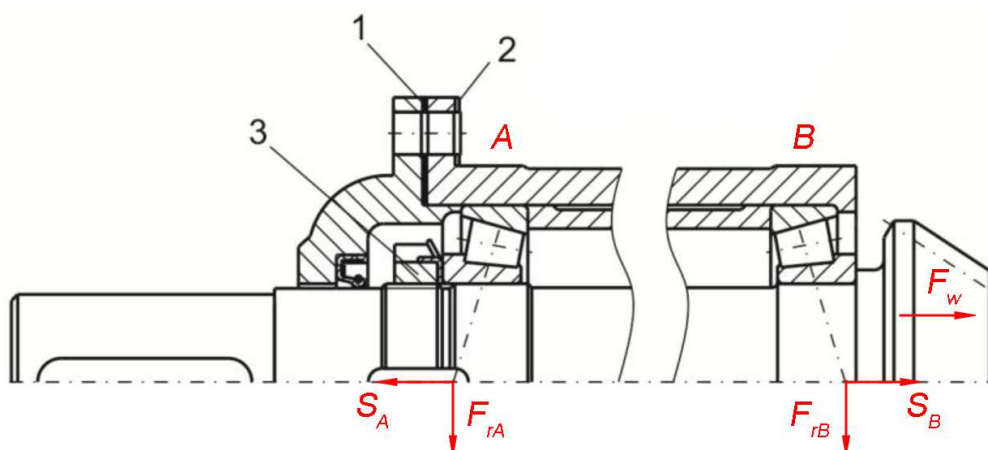


Wykorzystano dwa łożyska stożkowe, które zabudowane są w taki sposób, że linie działania sił tworzą literę "x" (stąd nazwa). Pierścienie wewnętrzne opierają się o stopnie wałka natomiast zewnętrzne są dociskane poprzez pokrywy. W tym przypadku napięcie wstępne łożysk wprowadza

się poprzez dobór długości tulei pomiędzy pokrywą, a pierścieniem zewnętrznym łożysk. Tuleja ta powinna być szlifowana na dokładny wymiar zapewniający wymagany zacisk łożysk.

Układ "O"

Przykładowe łożyskowanie wg układ "O" zębniaka stożkowego pokazano poniżej.



W tym przypadku łożyska są odwrócone w taki sposób, że linie działania sił tworzą literę "o". Pierścienie zewnętrzne opierają się o tuleję, natomiast pierścienie wewnętrzne ściskane są na wałku za pośrednictwem nakrętki łożyskowej. Nakrętka ta pozwala na precyzyjną regulację siły napięcia wstępnego.

W układach nastawnych "O" lub "X" w wyniku obciążenia łożysk siłami poprzecznymi F_{rA} i F_{rB} pojawiają się dodatkowe siły osiowe S_A i S_B . Siły te wynikają z konstrukcji łożysk oraz ich "skośnego" ustawienia bieżni. Siły te oblicza się z zależności:

$$S_A = \frac{F_{rA}}{2Y_A}$$

$$S_B = \frac{F_{rB}}{2Y_B}$$

gdzie:

Y_A, Y_B - to współczynnik obliczeniowy odczytywany z katalogu/normy dla łożyska odpowiednia A lub B.

Ponadto przyjmuje się, że wał obciążony jest zewnętrzną siłą wzdłużną F_w (pochodzącą np od zazębienia). Aby oszacować trwałość łożysk należy określić wypadkową siłę wzdłużną jaka działa na każde łożysko F_{aA} i F_{aB} . Siły te dla łożysk A i B oblicza się dla danego przypadku obciążenia wg wzorów podanych w tabeli poniżej.

$\frac{F_{rA}}{Y_A} \leq \frac{F_{rB}}{Y_B}$	$F_w \geq 0$	$F_{aA} = F_w + S_B$	$F_{aB} = 0$
$\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B}$	$F_w > S_A - S_B$	$F_{aA} = F_w + S_B$	$F_{aB} = 0$
	$F_w \leq S_A - S_B$	$F_{aA} = 0$	$F_{aB} = S_A - F_w$

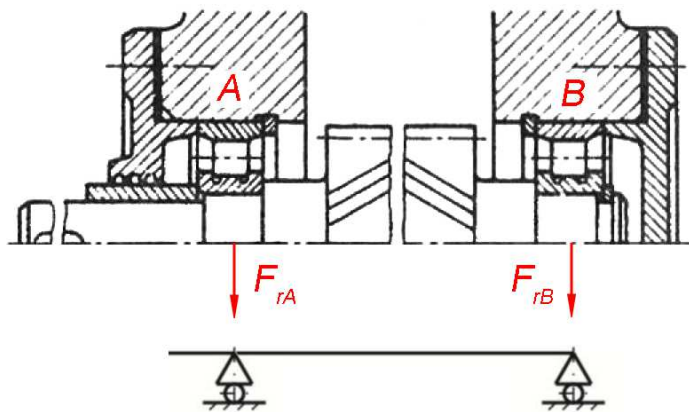
Równoważne obciążenia dynamiczne dla łożysk stożkowych zabudowanych w układzie "O" lub "X" wg katalogu FAG oblicza się wg wzoru

$$P = \begin{cases} F_r + 1,12Y F_a, & \text{dla } \frac{F_a}{F_r} \leq e \\ 0,67 F_r + 1,68Y F_a, & \text{dla } \frac{F_a}{F_r} > e \end{cases}$$

gdzie e to współczynnik obliczeniowy odczytywany z katalogu. Obciążenie dynamiczne oblicza się dla obydwu łożysk wprowadzając indeksy odpowiednio A lub B. Następnie oblicza się trwałości łożysk wg równania przedstawionego poprzednio.

Układ pływający

Pływający układ łożyskowania stosowany jest w szczególnych przypadkach, w których należy zapewnić możliwość przesuwu osiowego wału. Taka konieczność występuje w przypadku wałów z daszkowymi kołami zębatymi. Przykład takiego łożyskowania przedstawiono poniżej.



Wał ułożyskowany jest za pomocą dwóch łożysk walcowych. Pierścienie łożysk zarówno wewnętrzne jak i zewnętrzne są unieruchomione w korpusie i na wałku. Zastosowano łożyska bez obrzeży w pierścieniu zewnętrznym co pozwala na przesuw osiowy wału. Stosowanie pływającego układu łożyskowania wałów z kołami zębatymi daszkowymi podyktowane jest koniecznością zapewnienia równomiernego rozkładu obciążenia na poszczególne uzębienia koła daszkowego (koło daszkowe składa się z dwóch uzębień: uzębienia lewego i prawego). Tym samym jedno z kół ma możliwość "dostosowania" swojego położenia osiowego do koła współpracującego zmniejszając nierównomierność rozkładu obciążenia.

7. Sprzęgła

Sprzęgło to element służący do łączenia wałów. Sprzęgła przenoszą głównie moment obrotowy. Dobór sprzęgła przeprowadza się na podstawie momentu obliczeniowego M_o .

$$M_o = k M$$

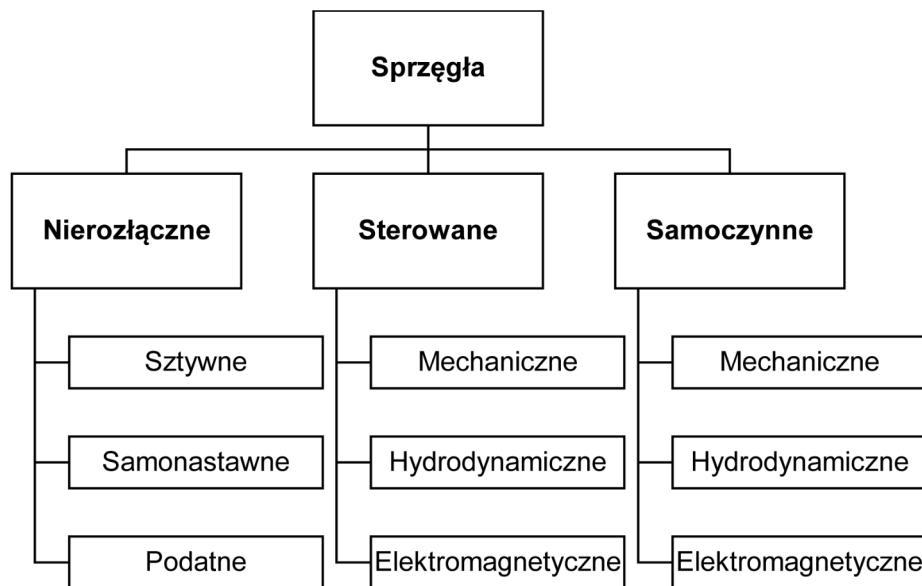
gdzie:

k - to współczynnik przeciążenia,

M - to moment nominalny.

Współczynnik przeciążenia wyznacza się na podstawie dynamiki układu. Określa on jaki maksymalny moment może wystąpić na sprzęgle (np. podczas rozruchu).

Sprzęgła można podzielić na trzy główne grupy wg poniższego schematu.



Sprzęgła nierozłączne nie pozwalają na rozłączenie wałów podczas pracy. Sprzęgła sterowane natomiast umożliwiają załączanie i rozłączanie wałów podczas ich obrotu. W przypadku sprzęgieł samoczynnych rozłączenie/załączenie odbywa się samoczynnie przy spełnieniu określonych warunków (np. przekroczenie dopuszczalnego momentu - sprzęgło bezpieczeństwa).

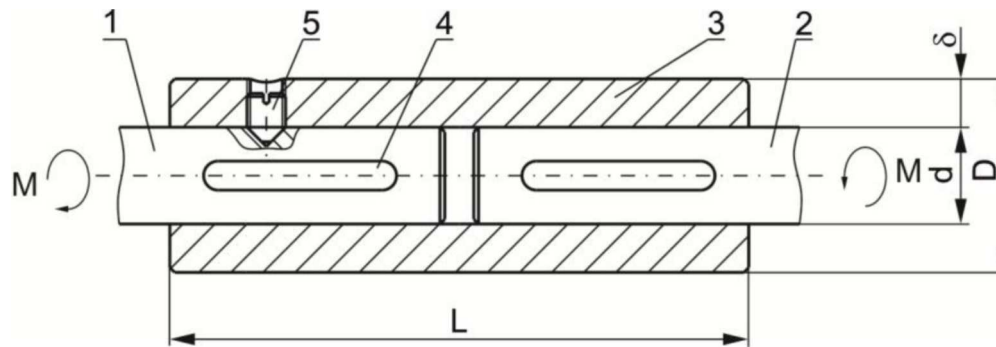
7.1. Sprzęgła sztywne

Sprzęgła sztywne tworzą złącza równoważne z jednolitym wałem.

Najprostszym rodzajem sprzęgła sztywnego jest sprzęgło tulejowe, w którym wały łączone są za pośrednictwem tulei.

7.1.1 Sprzęgło tulejowe wpustowe

Sprzęgło tulejowe wpustowe przedstawiono na rysunku poniżej.



Wały (1) i (2) połączone są tuleją wpustową (3). Moment M przenoszony jest przez wpusty (4), które oblicza się na nacisk. Przyjmując, że siła obwodowa jest przyłożona w połowie wysokości wpustu h można zapisać, że moment przenoszony przez sprzęgło musi spełniać nierówność

$$M_o \leq \frac{1}{4} p_{dop} d h l$$

gdzie:

p_{dop} - to naciski dopuszczalne dla połączenia wpustowego,

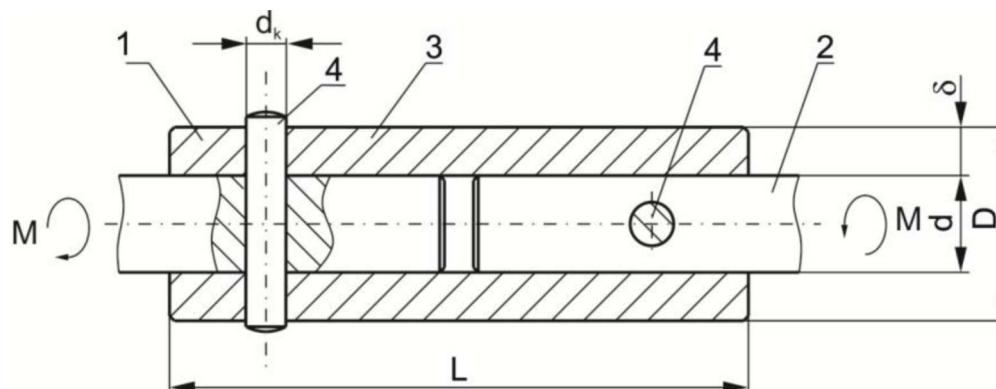
h - wysokość wpustu,

l - to długość wpustu,

d - to średnica wału.

7.1.2 Sprzęgło tulejowe kołkowe

Innym wariantem tego typu sprzęgła jest sprzęgło tulejowe kołkowe pokazane poniżej.



W tym przypadku moment przenoszony jest przez kołki pracujące na ścinanie i nacisk.

Ścinanie kołka

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{2M_o}{d} = \frac{4M_o}{\pi d d_k} \leq k_t$$

gdzie:

d_k - to średnica kołka,

d - to średnica wału.

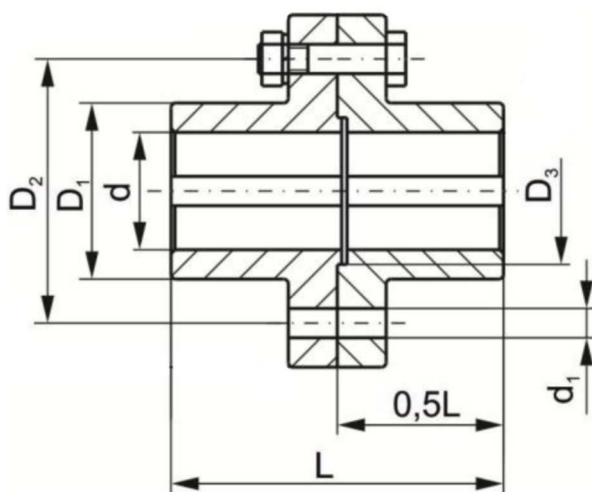
Naciski kołek-tuleja

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2M_o}{2\delta d_k} = \frac{M_o}{\delta d d_k} \leq p_{dop}$$

gdzie δ - to grubość tulei.

7.1.3 Sprzęgło kołnierzowe

Sprzęgło kołnierzowe przedstawiono poniżej.



Sprzęgło to składa się z dwóch członów, z których każdy posiada kołnierz. Kołnierze te są ze sobą skręcane śrubami luźnymi lub pasowanymi. Osiowanie kołnierzy względem siebie jest realizowane na średnicy D_3 .

1) Śruby pasowane

W przypadku zastosowania śrub pasowanych, oblicza się je na ścinanie

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{2M_o}{\frac{\pi d_1^2}{4} n} \leq k_t$$

$$M_o \leq \frac{1}{8} k_t n \pi d_1^2 D_2$$

gdzie:

n - to liczba śrub,

D_2 - to średnica podziałowa śrub,

d_1 - to średnica trzpienia śruby pasowanej.

2) Śruby luźne

W przypadku zastosowania śrub luźnych moment przenoszony jest poprzez tarcie pomiędzy powierzchniami kołnierzy co można wyrazić równością

$$F = \frac{2M_o}{D_2} = T = \mu Q n$$

na podstawie, której śruba rozciągająca jedną śrubę dana jest poniższym wzorem

$$Q = \frac{2M_o}{D_2 \mu n}$$

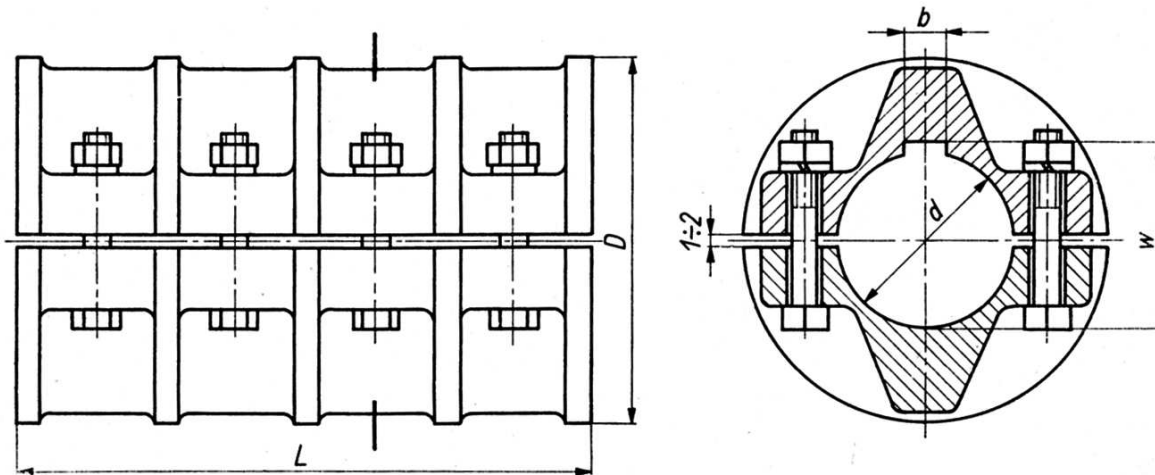
gdzie μ to współczynnik tarcia.

Ostatecznie średnicę rdzenia śrub dobiera się z warunku na rozciąganie wg nierówności

$$d_3 \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi k_r}} = \sqrt{\frac{8M_o}{\pi k_r D_2 \mu n}}$$

7.1.4 Sprzęgło łubkowe śrubowe

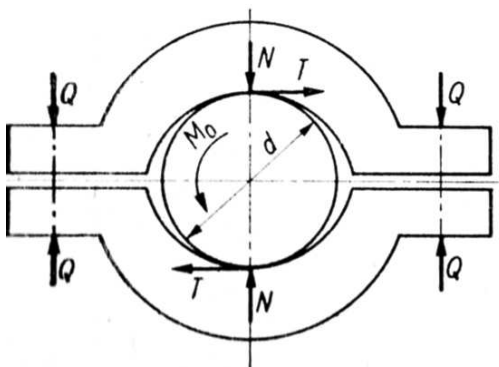
Sprzęgło łubkowe śrubowe pokazano na poniższym rysunku.



Sprzęgło to zbudowane jest z dwóch członów zwanych łubkami. Moment przenoszony jest poprzez tarcie pomiędzy otworem w łubkach, a wałkiem. Tarcie wywoływane jest poprzez dokręcenie członów sprzęgła śrubami. Zastosowany wpust należy traktować jako dodatkowe zabezpieczenie przed poślizgiem.

1) Pasowanie suwliwe

W przypadku zastosowania pasowania suwliwego średnicy d (np. H7/h6) człony sprzęgła traktowane są jako niepodatne, a styk pomiędzy łubkami a wałem jest punktowy co pokazano poniżej.



Człony sprzęgła dociskane są z siłami Q od każdej ze śrub, dociskając tym samym wał z siłą N . Zgodnie z powyższym rysunkiem moment obliczeniowy równoważony jest poprzez moment pary sił tarcia co można wyrazić jako

$$M_o = Td = \mu Q n d$$

gdzie:

n - to liczba śrub po jednej stronie sprzęgła,

μ - to współczynnik tarcia.

Wobec powyższego każda ze śrub jest rozciągana z siłą

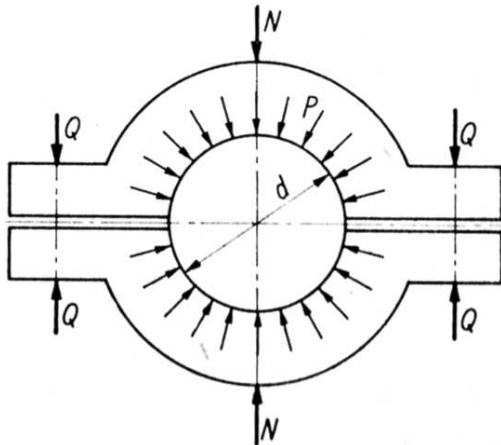
$$Q = \frac{M_o}{\mu d n}$$

Średnicę rdzenia śruby dobiera się ze znanego warunku na rozciąganie, uzyskując tym samym

$$d_3 \geq \sqrt{\frac{4 M_o}{\pi k_r \mu d n}}$$

2) Pasowanie ciasne

W przypadku zastosowania pasowania ciasnego średnicy d (np. H7/s6) siła zacisku rozkłada się na całej powierzchni walcowej co pokazano poniżej.



Nacisk jednostkowy wyraża się wzorem

$$p = \frac{N}{Ld}$$

Jednostkowa siła tarcia natomiast

$$t = \mu p$$

Moment przenoszony przez sprzęgło jest równy momentowi tarcia. Oblicza się go poprzez całkowanie jako

$$M_o = \int_F t r dF = \int_F \mu \frac{N}{Ld} \cdot \frac{d}{2} dF$$

gdzie:

F - jest obszarem całkowania (powierzchnia styku),

dF - to infinytezymalny element powierzchni. Może on zostać wyrażony jako

$$dF = 2\pi \frac{d}{2} dL$$

gdzie dL to infinytezymalny element długości. Uwzględniając powyższą zależność można zmienić granice całkowania

$$M_o = \int_0^L \mu \frac{N}{Ld} \cdot \frac{d}{2} 2\pi \frac{d}{2} dL$$

Rozwiązując powyższą całkę oznaczoną otrzymuje się moment przenoszony przez sprzęgło

$$M_o = \frac{\pi}{2} \mu N d = \frac{\pi}{2} \mu Q n d$$

Tym samym śruby obciążone są siłą

$$Q = \frac{2M_o}{\pi \mu d n}$$

Średnicę rdzenia śrub dobiera się tak jak poprzednio wg warunku na rozciąganie

$$d_3 \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi k_r}}$$

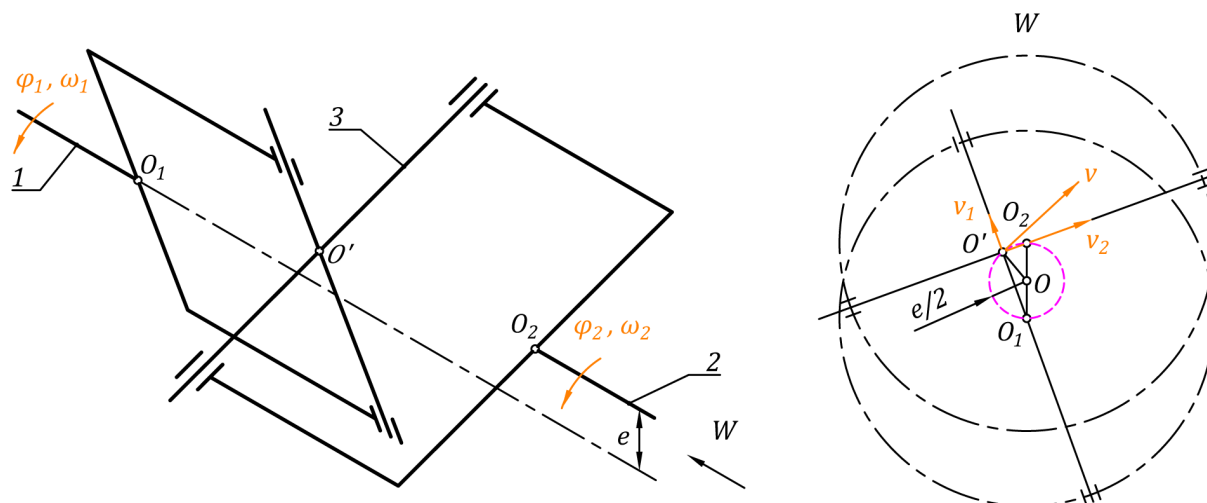
Analizując wzory na moment przenoszony przez sprzęgło łukowe można zauważyć, że pasowanie ciasne pozwala na niemal 1,5-krotne zwiększenie obciążalności sprzęgła w stosunku do pasowania suwliwego.

7.2. Sprzęgła samonastawne

Sprzęgła samonastawne pozwalają na kompensację błędu współosiowości łączonych wałów.

7.2.1 Sprzęgło promieniowe Oldhama (krzyżakowe)

Ten rodzaj sprzęgła pozwala na łączenie wałów, które są przesunięte równoległe o wartość e . Schemat sprzęgła promieniowego krzyżakowego przedstawiono na rysunku poniżej.



Łączone wały 1 i 2 posiadają widełki. W widełkach ułożyskowany jest krzyż. Podczas obrotu wałów środek krzyża O' porusza się po okręgu o promieniu $e/2$, co pokazano w widoku W. Przyjmując, że

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi = \sphericalangle O'O_1O_2$$

to kąt obrotu wałów, na podstawie twierdzenie o kącie środkowym i wpisany opartym na tym samym łuku można wykazać, że prędkość kątowna krążka wynosi

$$\omega_k = 2\omega$$

gdzie:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

to prędkość kątowna wałów.

Prędkość obwodowa punktu O' wyraża się zatem zależnością

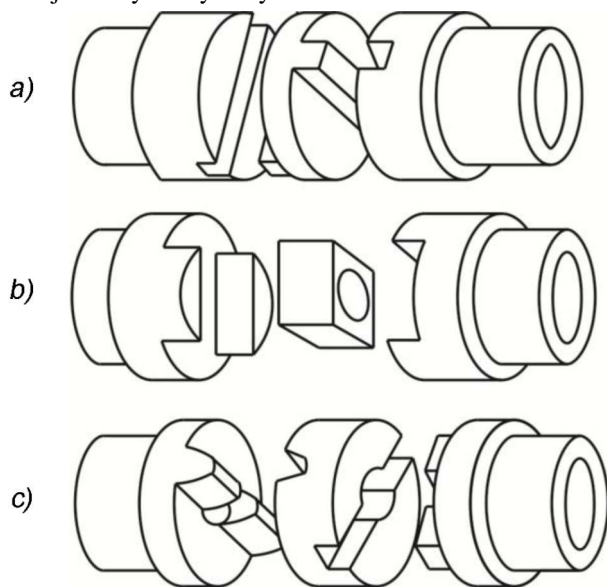
$$v = \frac{e}{2}\omega_k = e\omega$$

i może zostać rozłożona na dwie składowe wzdłuż ramion krzyża

$$v_1 = v \sin \varphi = e\omega \sin \varphi$$

$$v_2 = v \cos \varphi = e\omega \cos \varphi$$

Prędkości v_1 i v_2 są jednocześnie prędkościami poślizgu krzyża względem łożysk widełek. W praktyce krzyż zastępuje się krążkiem, a widełki tarczami kłowymi (rys. a) poniżej).



Kły mogą posiadać też zarys ewolwentowy (rys. c)). Występują też odmiany sprzęgła Oldhama, w których stosowana jest wkładka tekstolitowa (rys. b)).

Sprzęgła krzyżakowe Oldhama oblicza się na nacisk. Sprawdzane są naciski jednostkowe na powierzchniach wypustów

$$p = \frac{12M_o}{h(2D+d)(D-d)} \leq p_{dop}$$

gdzie:

h - to robocza wysokość wypustu,

d - to średnica wału,

D - to średnica zewnętrzna sprzęgła.

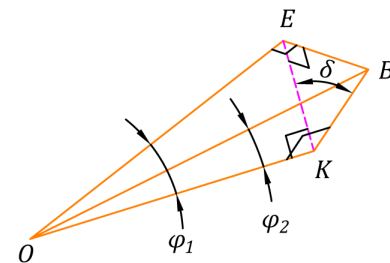
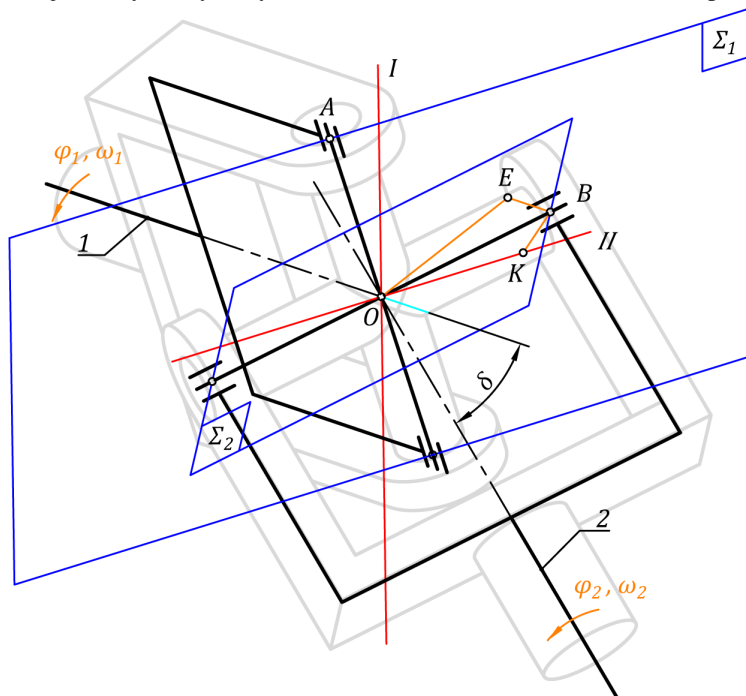
Z uwagi na występowanie prędkości poślizgu (tym samym tarcia) pomiędzy tarczami a wkładką, sprzęgła te należy smarować. Ponadto należy się liczyć z obniżoną sprawnością, którą można oszacować wg wzoru

$$\eta = 1 - 2,55 \frac{\mu e}{d}$$

gdzie μ to współczynnik tarcia rowków w wypustach.

7.2.2 Sprzęgło wychylne (Cardana)

Sprzęgło wychylne pozwala na łączenie wałów przecinających się pod pewnym kątem δ . Sprzęgło tego typu przedstawiono schematycznie poniżej.



Wały 1 i 2 obracające się o kąty odpowiednio φ_1 i φ_2 z prędkościami kątowymi ω_1 i ω_2 zakończone są widełkami. W widełkach ułożyskowany jest krzyż, którego środek zaznaczono punktem O . Płaszczyzna Σ_1 jest prostopadła do wału 1, natomiast Σ_2 jest prostopadła do wału 2. Oś I to oś pionowa, oś II to oś pozioma. Na powyższym rysunku sprzęgło przedstawiono w pewnym położeniu kątowym ($\varphi_1 \neq 0$ i $\varphi_2 \neq 0$). Punkt B leży na płaszczyźnie Σ_2 . Rzutując punkt B na płaszczyznę Σ_1 uzyskano punkt E . Natomiast rzutując punkt B na prostą II uzyskano punkt K . Punkty te tworzą ostrosłup $OKEB$, który w powiększeniu zaznaczono kolorem pomarańczowym. Przyjmując, że $R=AO=OB$, $x=OK$, $y=KB$, $z=KE$ można zapisać:

$$x = R \cos \varphi_2$$

$$y = R \sin \varphi_2$$

$$z = x \operatorname{tg} \varphi_1 = y \cos \delta$$

Z powyższych zależności uzyskuje się równanie

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\cos \delta}$$

Różniczkując je obustronnie względem czasu (stosując twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej) uzyskuje się

$$\frac{d\varphi_2}{dt} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{d\varphi_1}{dt} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{1}{\cos \delta}$$

Przyjmując, że:

$$\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$$

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}$$

wyznacza się stosunek prędkości kątowych wału 2 i 1 jako

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{1}{\cos \delta}$$

Uwzględniając tożsamość trygonometryczną

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2}$$

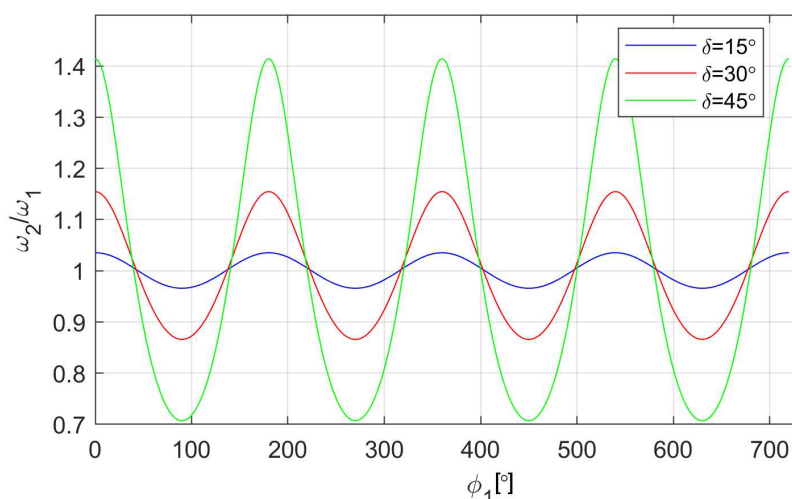
oraz wcześniej wyprowadzony wzór na $\operatorname{tg} \varphi_2$, wzór na stosunek prędkości kątowych można przekształcić do postaci

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_1}{\cos^2 \delta}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_1 \cos \delta} = \frac{\cos \delta}{\cos^2 \delta + \frac{\sin^2 \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} = \frac{\cos \delta}{\cos^2 \delta \cos^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_1}$$

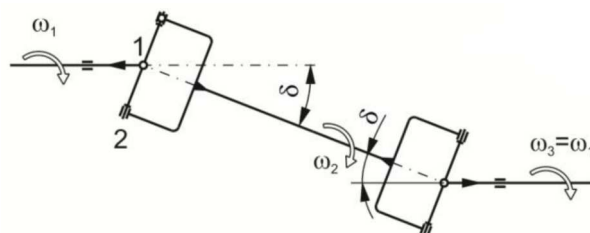
Ostatecznie, dwukrotnie wprowadzając jedynekę trygonometryczną do mianownika otrzymuje się uproszczoną postać wzoru

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \delta}{1 - \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \delta}$$

Powyższa zależność wyraża nierównomierność przekazywania ruchu wywołaną zastosowaniem przegubu Cardana, którą przedstawiono graficznie na wykresie poniżej.



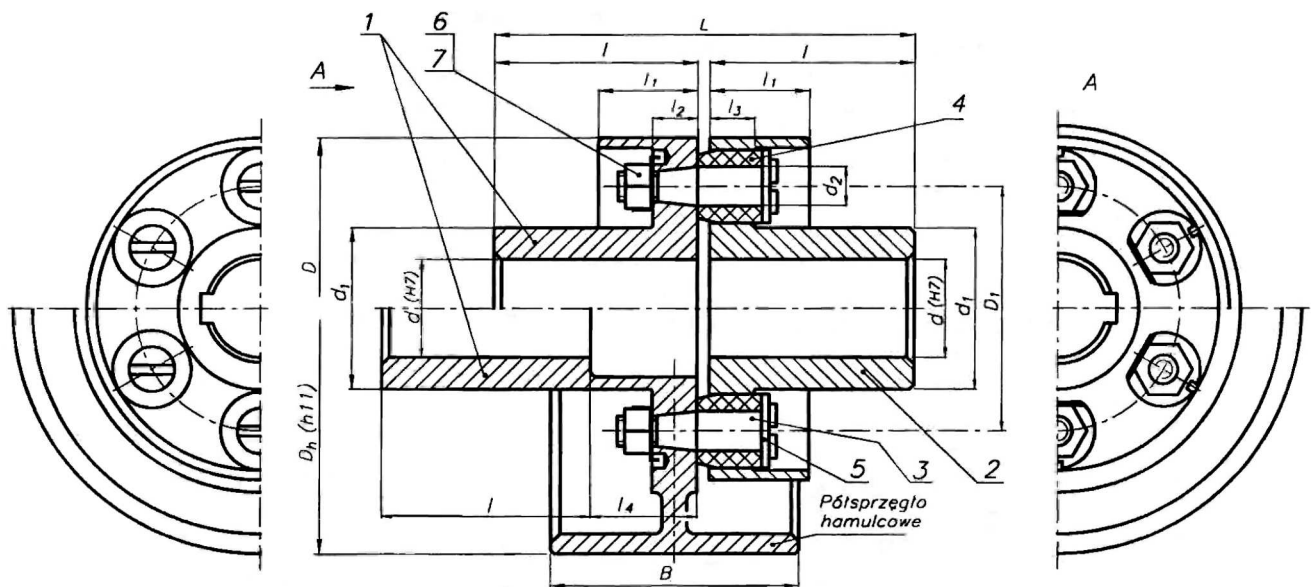
Im większy jest kąt skrzyżowania wałów tym nierównomierność przekazywania ruchu rośnie (zwiększa się amplituda). Wobec powyższych wykresów oczywistym jest, że dla stałej prędkości kątowej wału 1 prędkość kątowa wału 2 będzie zmienna i będzie oscylowała wokół prędkości kątowej wału 1. W niektórych zastosowaniach jest to niedopuszczalne. Problem ten może być rozwiązany stosując dwa przeguby krzyżakowe (Cardana) jak pokazano poniżej.



Istnieją również inne konstrukcje przegubów, które pozwalają na równomierne przekazywanie ruchu pod dowolnym kątem tzw przeguby homokinetyczne.

7.2.3 Sprzęgło podatne wkładkowe

Sprzęgło podatne wkładkowe przedstawiono na rysunku poniżej.



Sprzęgło to składa się z dwóch członów 1 i 2, które są połączone ze sobą za pomocą śrub 3 poprzez wkładki gumowe 4. Sprzęgła tego typu należą do grupy sprzęgieł podatnych nie mniej jednak posiadają zdolność do łączenia wałów z odchyłką współosiowości. Stosowane są w celu niwelowania udarowo wzbudzanych drgań. O nośności sprzęgła decyduje nacisk jednostkowy na powierzchni wkładki

$$p = \frac{2M_o}{D_1 d_2 l_3 n} \leq p_{dop}$$

gdzie:

D_1 - to średnica podziałowa śrub,

d_2 - to średnica otworu wkładki (średnica trzpienia śruby),

l_3 - to obliczeniowa długość wkładki,

n - to liczba zastosowanych wkładek.

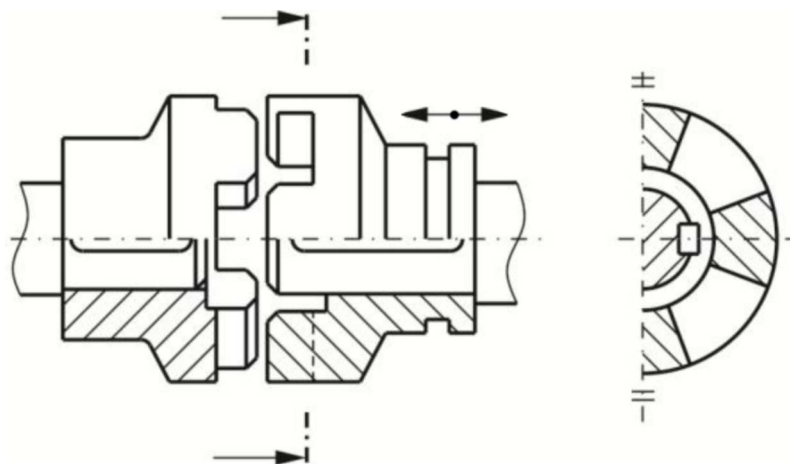
7.3. Sprzęgła sterowane

Sprzęgła sterowane umożliwiają załączanie/odłączanie napędu podczas pracy urządzenia. Wśród tej grupy wyróżnia się:

- sprzęgła przełączane synchronicznie (załączanie/odłączanie możliwe w przypadku gdy prędkości obrotowe łączonych wałów są takie same),
- sprzęgła przełączane asynchronicznie (możliwość załączenia/odłączenia sprzęgła w przypadku różnych prędkości obrotowych łączonych wałów).

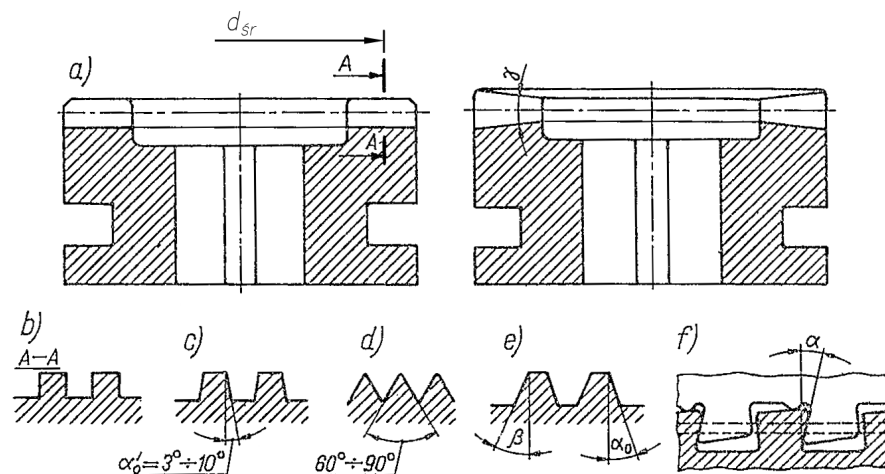
7.3.1 Sprzęgła kłowe (przełączane synchronicznie)

Sprzęgła kłowe zaliczane są do grupy sprzęgieł przełączanych synchronicznie. Przykładowe sprzęgło kłowe pokazano na rysunku poniżej.

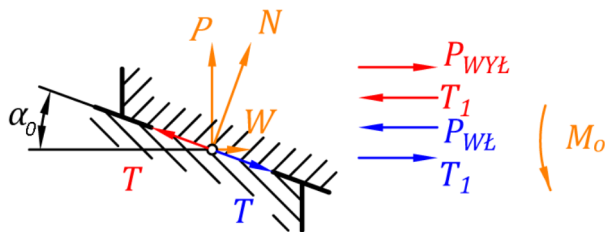


Sprzęgło zbudowane jest z dwóch członów posiadających łączniki kształtowe zwane kłami. Włączanie sprzęgła odbywa się poprzez przesuw jednego z członów. Kły mogą być o stałej lub o zmiennej wysokości (rys. a). Ponadto zarys kłów może być:

- prostokątny (rys. b),
- trapezowy symetryczny (rys. c),
- trójkątny (rys. d),
- trapezowy niesymetryczny (rys. e),
- samoblokujący (rys. f).



Rozkład sił w kłach podczas włączania/wyłączania sprzęgła przedstawiono na rysunku poniżej.



Przy czym siły oznaczone kolorem czerwonym odnoszą się do wyłączenia, a kolorem niebieskim do włączania sprzęgła. Sprzęgło obciążone jest momentem M_o . Człony sprzęgła działają na siebie z siłą normalną N , którą można rozłożyć na dwie składowe: obwodową P i osiową W . Ponadto występuje siła tarcia T wynikająca z wzajemnego poślizgu kłów. Podczas włączania/wyłączania sprzęgła na człon sprzęgła suwliwie osadzonego na wale działa siła tarcia T_1 , którą można obliczyć wg wzoru

$$T_1 = \mu_1 \frac{2M_o}{d}$$

gdzie:

μ_1 - to współczynnik tarcia pomiędzy wałem, a piastą członu suwliwego,

d - to średnica wału.

Zgodnie z powyższym rysunkiem

$$W = P \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$N = \frac{P}{\cos \alpha_0}$$

$$T = \mu N = \mu \frac{P}{\cos \alpha_0}$$

gdzie μ - to współczynnik tarcia pomiędzy kłami. Zapisując równanie równowagi momentów względem osi obrotu wału dla członu suwliwego

$$M_o = (P \mp \mu P \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0}) \frac{d_{sr}}{2}$$

siłę P można wyrazić jako

$$P = \frac{2M_o}{d_{sr}} \cdot \frac{1}{1 \mp \mu \operatorname{tg} \alpha_0}$$

przy czym górny znak odnosi się do włączania, dolny zaś do wyłączenia sprzęgła. Następnie wprowadzając siłę P do równania równowagi sił rzutowanych na oś poziomą

$$W \pm T \cos \alpha_0 \pm T_1 \mp P_{wl, wyl} = 0$$

uzyskuje się siłę potrzebną do włączenia/wyłączenia sprzęgła w postaci

$$P_{wl, wyl} = \frac{2M_o}{d_{sr}} \cdot \frac{\mu \pm \operatorname{tg} \alpha_0}{1 \mp \mu \operatorname{tg} \alpha_0} + T_1$$

Ostatecznie przy założeniu, że $\mu = \operatorname{tg} \rho$, oraz skorzystaniu z tożsamości trygonometrycznej

$$P_{wl, wyl} = 2M_o \left(\frac{\mu_1}{d} \pm \frac{\operatorname{tg}(\alpha \pm \rho)}{d_{sr}} \right)$$

gdzie ρ to kąt tarcia materiałów kłów, a górny znak odnosi się do włączania, dolny do wyłączenia

sprzęgła.

Wartość tej siły jest potrzebna przy projektowaniu mechanizmu włączania sprzęgła. Ponadto sprzęgło nie powinno samoczynnie się wyłączać co jest wyrażone warunkiem samohamowności

$$P_{wyl} > 0$$

który przy założeniu że $\mu \approx \mu_1$ upraszcza się do nierówności

$$\operatorname{tg} \alpha_0 < \frac{\mu \left(1 + \frac{d_{sr}}{d}\right)}{1 - \mu^2 \frac{d_{sr}}{d}}$$

Kły pracują na nacisk i zginanie. Naciski jednostkowe na powierzchni kła powinny być mniejsze od wartości dopuszczalnych

$$p = \frac{2M_o}{d_{sr} z A}$$

gdzie:

z - to liczba kłów,

A - to pole powierzchni styku kłów (przyjmuje się rzut powierzchni kła na przekrój osiowy).

Naprężenia gnące sprawdza się w najgorszym przypadku na początku włączania sprzęgła gdy siła przyłożona jest do wierzchołka kła, wg warunku

$$\sigma_g = \frac{2M_o}{d_{sr}} \cdot \frac{hk}{Wz} \leq k_g$$

gdzie:

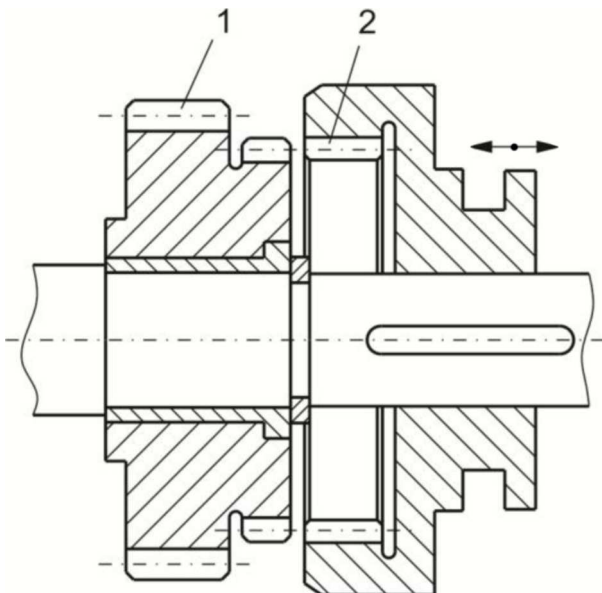
W - to wskaźnik wytrzymałości przekroju kła na zginanie,

h - to wysokość kła,

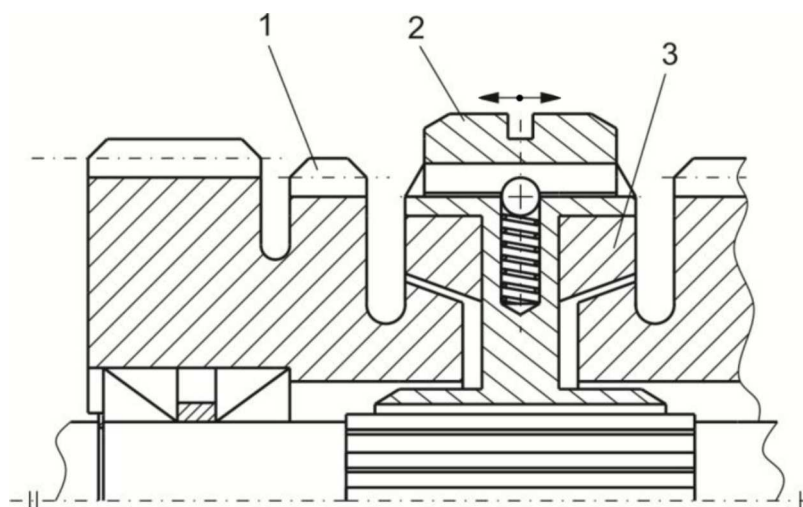
$k=2 \div 3$ - to współczynnik uwzględniający nierównomierną pracę kłów.

7.3.2 Sprzęgła zębate (przełączane synchronicznie)

Człony sprzęgła zębatego posiadają wykonane uzębienia (rysunek poniżej), człon (1) uzębienie zewnętrzne, człon (2) wewnętrzne.



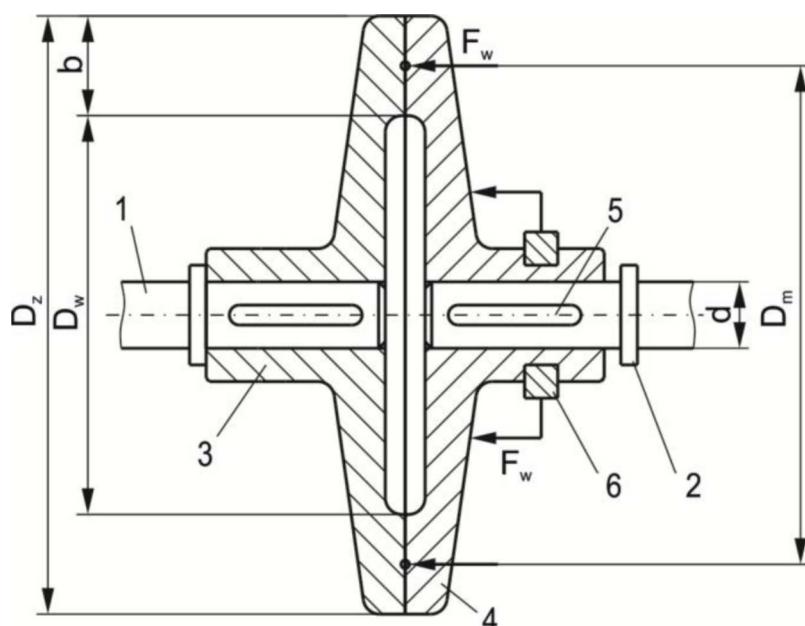
Stosowane są ewolwentowe zarysy zębów. Podobnie jak w przypadku sprzęgieł kłowych włączenie sprzęgła odbywa się poprzez przesunięcie jednego z jego członów. Sprzęgła te pozwalają na załączanie napędu podczas gdy prędkości wałów są równe lub do siebie zbliżone. W celu płynniejszego załączania sprzęgła stosowane są synchronizatory (rys. poniżej), które wyrównują prędkości obrotowe członów sprzęgła.



Tego typu rozwiązania są stosowane w skrzyniach biegów pojazdów samochodowych. Synchronizator działa na zasadzie stożkowego sprzęgła ciernego. Chcąc przekazać moment z wałka (z którym związana jest poprzez wielowypust tuleja zębata (2)) na koło zębate (1) należy przesunąć tuleję (2) tak aby zazębiała się jednocześnie z członem (1) i piastą pośrednią związaną z wałkiem. Podczas przesuwania tulei przesuwają się również piasta pośrednia, która posiada stożkowe powierzchnie cierne (3). Równoczesny przesuw tych dwóch elementów możliwy jest do chwili, w której pierścienie stożkowe zaczynają ze sobą współpracować (wyrównując tym samym prędkości obrotowe członów sprzęgła). Dalsze przesunięcie tulei (2) powoduje jej zsuniecie z zatrzasku kulowego oraz zazębienie z członem (1).

7.3.3 Sprzęgło cierne dwutarczowe (przełączane asynchronicznie)

Sprzęgło cierne dwutarczowe należy do grupy sprzęgieł przełączanych asynchronicznie. Sprzęgło tego typu przedstawiono na poniższym rysunku.



Załączanie sprzęgła odbywa się poprzez przesunięcie jednego z członów sprzęgła z siłą F_w , która wywołuje tarcie pomiędzy powierzchniami ciernymi równoważące przenoszony moment M_o

$$M_o = \frac{1}{3} F_w \mu \cdot \frac{D_z^3 - d_w^3}{D_z^2 - D_w^2} \approx F_w \mu \frac{D_m}{2}$$

gdzie:

$$D_m = \frac{D_z + D_w}{2}$$

to średnica średnia,

μ - to współczynnik tarcia pomiędzy powierzchniami ciernymi.

Sprawdza się również nacisk na powierzchniach ciernych

$$p_o = \frac{F_w}{\frac{\pi}{4}(D_z^2 - D_w^2)} = \frac{F_w}{\pi b D_m} \leq p_{dop}$$

gdzie

$$b = \frac{D_z - D_w}{2}$$

Przy projektowaniu sprzęgieł tego typu przyjmuje się następujące proporcje

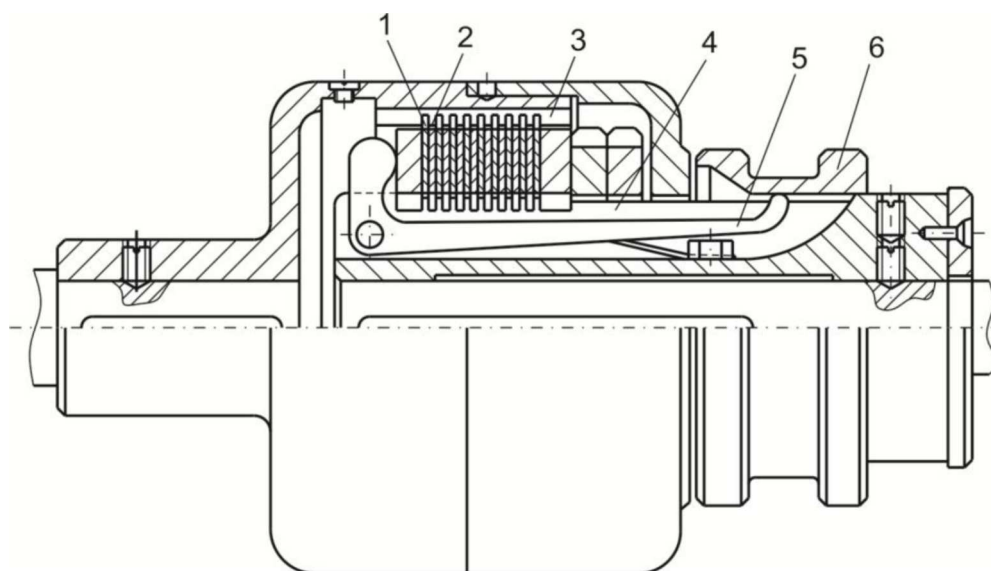
$$\frac{D_w}{D_m} = 0,11 \div 0,33$$

$$\frac{b}{D_m} \approx 0,25$$

Ponadto sprzęgła cierne sprawdza się na grzanie.

7.3.4 Sprzęgło cierne wielopłytkowe (przełączane asynchronicznie)

W przypadku poprzednio omawianego rodzaju sprzęgła przenoszony moment zależał wprost proporcjonalnie od średnicy tarcz ciernych. Tym samym chcąc zwiększyć nośność sprzęgła lub zachować jego nośność przy zmniejszonym wymiarze średnicowym należałoby zastosować kilka par ciernych. Jest to wykorzystywane w sprzęgłe wielopłytkowym pokazanym poniżej.



Sprzęgło to zbudowane jest z dwóch członów. Jednym z nich jest tuleja rowkowa, w której jest osadzona dźwignia (5). Dźwignia ta pod wpływem tulei przesuwnej (6) ściska pakiet płytek ciernych (1) i (2). Pakiet ten składa się z płytek zewnętrznych (1) związanych wielowypustem z członem (3), oraz płytek wewnętrznych (2) związanych wielowypustem z tuleją rowkową. Zacisk płytek powinien być tak duży aby wywołać tarcie równoważące przenoszony przez sprzęgło moment M_o , którego wartość określa zależność wyprowadzona na podstawie wzorów dla sprzęgła dwutarczowego

$$M_o = \frac{\pi}{2} z \mu p_{dop} b D_m^2$$

gdzie z to liczba par powierzchni trących. Uwzględniając w powyższej zależności współczynnik

$$\psi = \frac{b}{D_m} \approx 0,25$$

Uzyskuje się wymaganą liczbę par ciernych

$$z \geq \frac{2M_o}{\pi \mu p_{dop} \psi D_m^3 k_z}$$

gdzie k_z to współczynnik uwzględniający liczbę płytek w sprzęgle (dla sprzęgieł suchych $k_z=1$). Na podstawie liczby par ciernych określa się liczbę płytek wewnętrznych z_1 i zewnętrznych z_2 .

$$z_1 = z/2$$

$$z_2 = z/2 + 1$$

przy czym

$$z_1 + z_2 \leq 25 \div 30$$

Ponadto w stanie niezaciśniętym należy zapewnić luz pomiędzy powierzchniami ciernymi w zakresie $(0,4 \div 0,6)$ mm. Okresową regulację tego luzu zapewnia nakrętka zabezpieczona przed samoczynnym odkręceniem np. przeciwnakrętka.

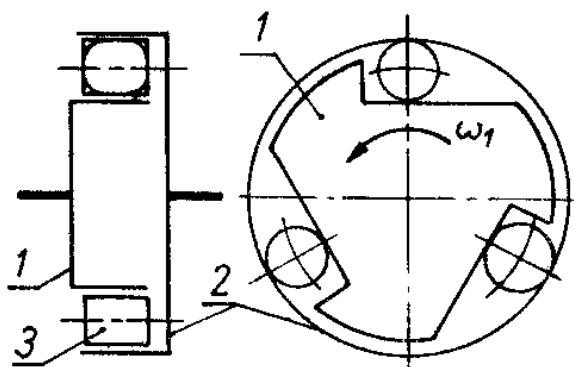
7.4. Sprzęgła samoczynne

Sprzęgło samoczynne jest sprzęgłem, którego działanie następuje w określonych warunkach. W tej grupie wyróżnia się:

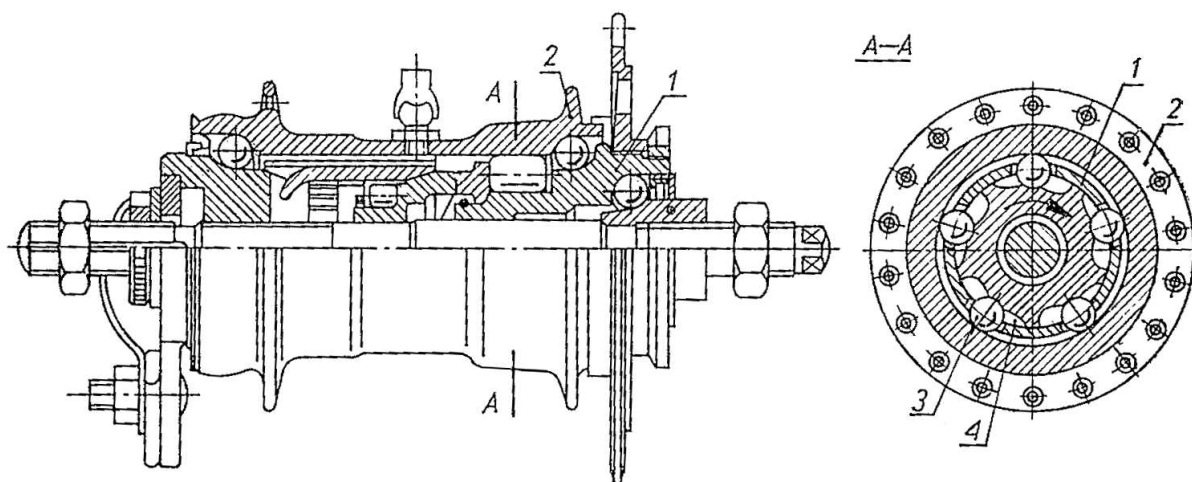
- sprzęgła odśrodkowe (włączenie/wyłączenie następuje na skutek działania siły odśrodkowej np. włączenie następuje po przekroczeniu pewnej prędkości obrotowej),
- sprzęgła jednokierunkowe (sprzęgła, które przekazują moment obrotowy tylko w jednym kierunku),
- sprzęgła bezpieczeństwa (samoczynnie wyłączają napęd po przekroczeniu określonej wartości momentu na skutek np.: poślizgu pomiędzy powierzchniami ciernymi lub zniszczenia specjalnie w tym celu zaprojektowanych łączników).

7.4.1 Sprzęgła jednokierunkowe

Schemat budowy sprzęgła jednokierunkowego jednostronnego działania przedstawiono poniżej.



Zbudowane jest z obejmy (2), gwiazdy (1) oraz rolek (3). Jeżeli gwiazda (1) obraca się zgodnie z zaznaczonym na rysunku kierunkiem, rolki (3) zakleszczają się w przestrzeni klinowej przekazując napęd na obejmę (2). W przypadku obrotu gwiazdy w przeciwnym kierunku niż zaznaczony, rolki ślizgają się względem obejmy nie przekazując momentu. Sprzęgła jednokierunkowe są szeroko stosowane jako sprzęgła wolnego biegu w pojazdach mechanicznych. Najbardziej rozpoznawalnym przykładem zastosowania jest rowerowe sprzęgło wolnego biegu przedstawione poniżej.



Część (1) jest związana z kołem łańcuchowym. Jeżeli prędkość koła łańcuchowego jest większa od prędkości obrotowej piasty (2) koła rowerowego wałeczki (3) sprzęgła są zakleszczane w przestrzeniach klinowych (4) - tym samym koło jest napędzane.

8. Literatura

- [1] Dietrich M, red.: *Podstawy konstrukcji maszyn. T. 1, 2, 3.* Warszawa: WNT; 2008.
- [2] Homik W, Połowniak P.: *Podstawy konstrukcji maszyn: wybrane zagadnienia.* Rzeszów: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej; 2012.
- [3] INA FAG: *Katalog łożysk tocznych.* Shaeffler Technologies; 2014.
- [4] Kurmaz L. W, Kurmaz O. L.: *Podstawy konstruowania węzłów i części maszyn.* Kielce: Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej; 2011.
- [5] Markusik S.: *Sprzęgła mechaniczne.* Warszawa: WNT; 1979.
- [6] Mazanek E, Kania L, Dziurski A.: *Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn. T. 1.* Warszawa: WNT; 2009.
- [7] Moszyński W.: *Wytrzymałość zmęczeniowa części maszynowych.* II wyd. Warszawa: PWT; 1954.
- [8] Rutkowski A.: *Części maszyn.* VI wyd. Warszawa: WSiP; 1998.