



**POLITECHNIKA
RZESZOWSKA**
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA



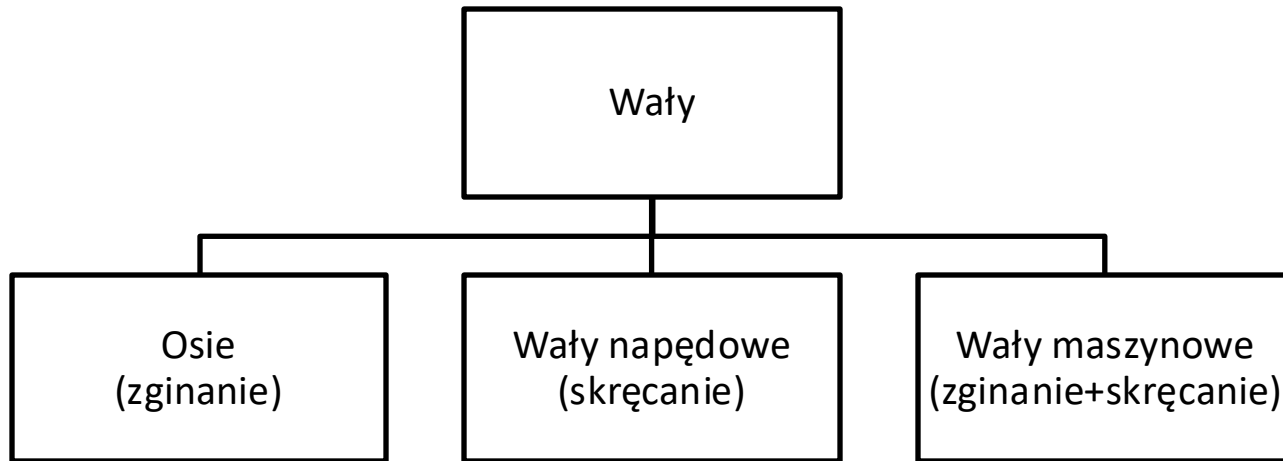
**WYDZIAŁ
BUDOWY MASZYN
I LOTNICTWA**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Wały

dr inż. Michał Batsch

Rodzaje wałów

Wał - element maszyny podparty w łożyskach, który podtrzymuje osadzone na nim części.



Osie

Oś o stałej średnicy

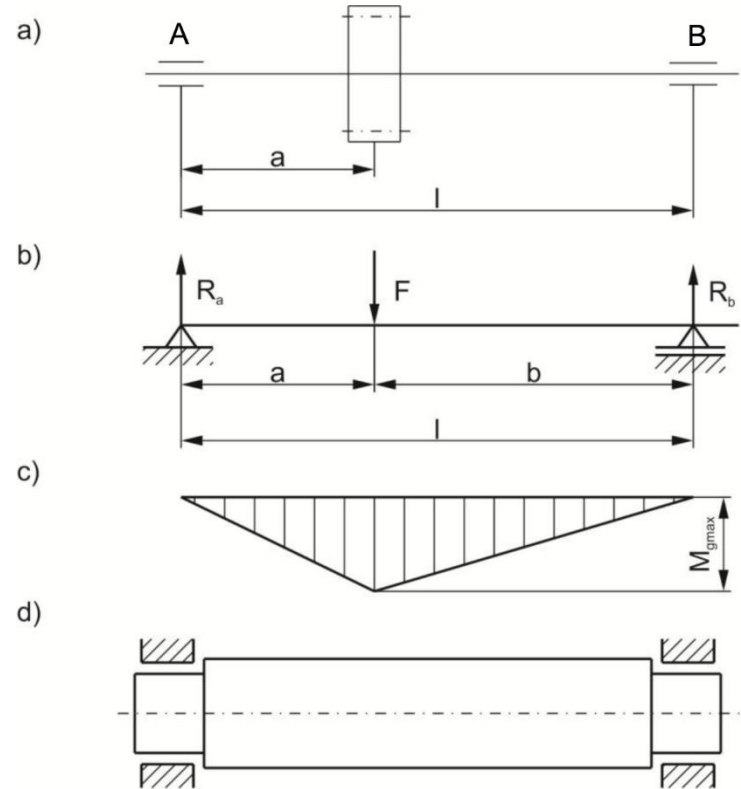
$$R_A = F \frac{b}{l}$$

$$R_B = F \frac{a}{l}$$

$$M_{g_{max}} = R_A a = R_B b$$

$$\sigma_g = \frac{M_{g_{max}}}{W_x} \leq k_{go} \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{g_{max}}}{\pi k_{go}}}$$



Osie

Sprawdzanie podpory

Zginanie

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x} \leq k_{go}$$

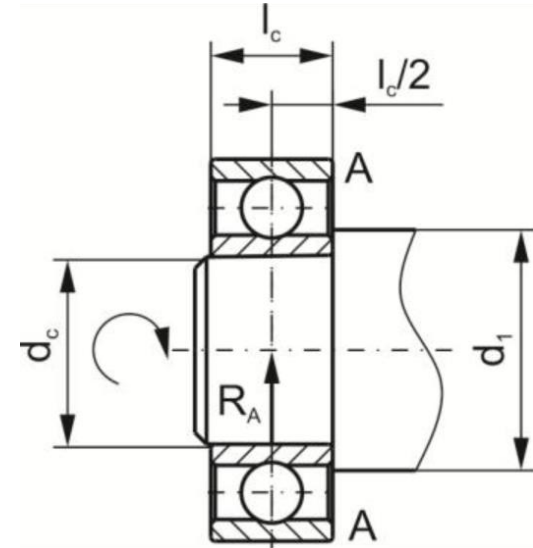
$$W_x = \frac{\pi d_c^3}{32}$$

$$M_g = R_A \frac{l_c}{2}$$

Nacisk

$$\sigma_o = \frac{R_A}{A} \leq k_o$$

$$A = d_c l_c$$



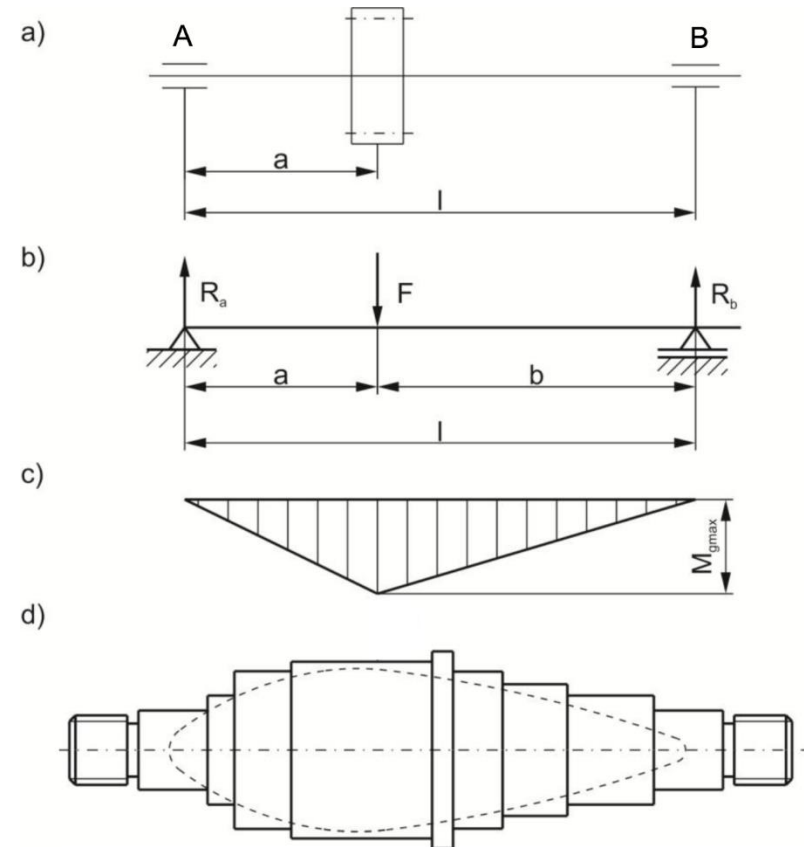
Osie

Oś o stałej wytrzymałości

$$d(z) = \sqrt[3]{\frac{32M_g(z)}{\pi k_{go}}}$$

Wytyczne do kształtowania osi o stałej wytrzymałości:

1. Sąsiadujące średnice powinny pozostawać w stosunku wynoszącym ok. 1.2.
2. Powierzchnie osi lub wału maszynowego kształtuje się powierzchniami walcowymi lub stożkowymi (rzadziej kulistymi).
3. Należy w miarę możliwości kształtować poszczególne średnice wg średnic znormalizowanych (nie dotyczy to powierzchni swobodnych).
4. Liczbę stopni ograniczyć do minimum.
5. Nie projektować zmniejszenia średnicy osi/wału w części środkowej mimo, że obciążenie na to pozwala.



Wał napędowy

Wał napędowy - pracuje na skręcanie. Sprawdzany również na sztywność skrętną

$$\sigma_t = \frac{M_o}{W_o} \leq k_{so,j} \quad \varphi = \frac{M_o l}{GI_o} \leq \varphi_{dop}$$

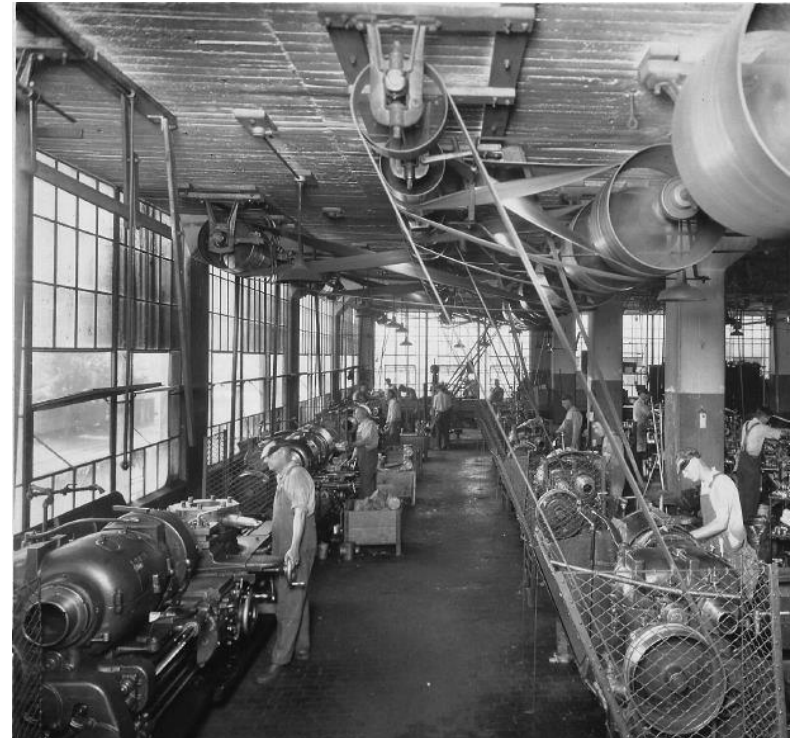
$$W_o = \frac{\pi d^3}{16} \quad I_o = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_o}{\pi k_{so,j}}} \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

(dla stali $E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$)



Sprzęgło enkodera jako przykład konieczności zachowania dużej sztywności skrętniej



Wały napędowe w starym zakładzie maszynowym

Wał maszynowy

Wał maszynowy - pracuje na zginanie i skręcanie.

1. Rozkład sił na płaszczyzny xz i xy.
2. Konstrukcja wykresów momentów gnących w płaszczyźnie xz (Rys. b) i xy (Rys. c).
3. Konstrukcja wykresu momentu wypadkowego (Rys. d) wg zależności:

$$M_{gw} = \sqrt{M_{gx}^2 + M_{gy}^2}$$

4. Konstrukcja wykresu momentu skręcającego (Rys. e).
5. Konstrukcja wykresu momentu zastępczego (linia przerywana na rys. f) wg zależności:

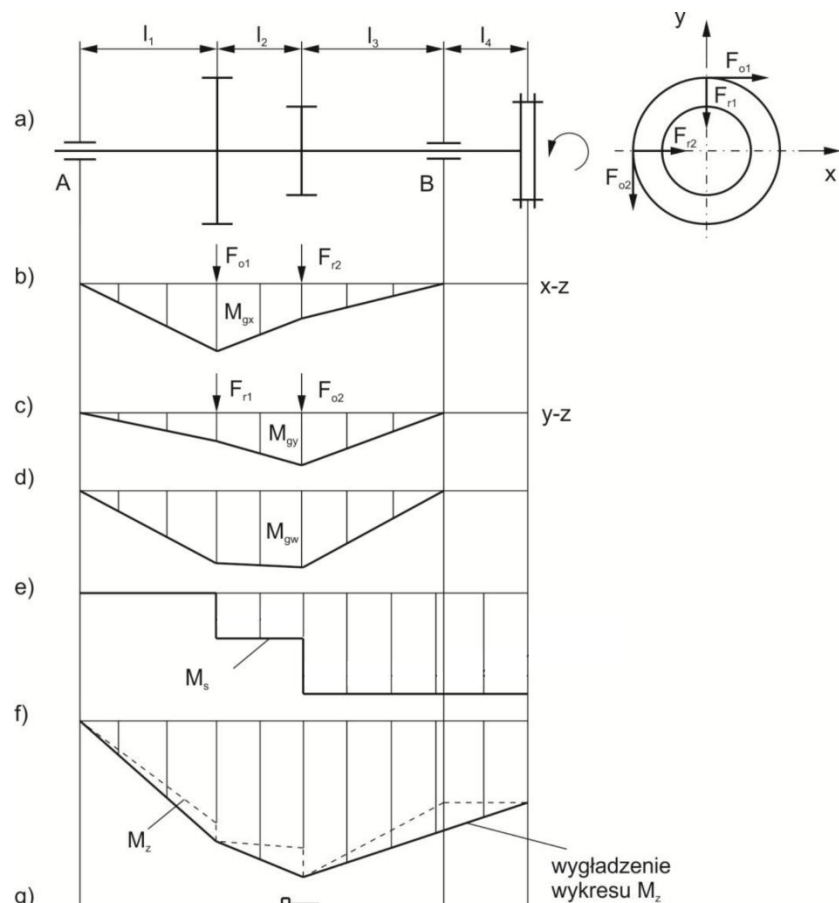
$$M_z = \sqrt{M_{gw}^2 + 0.75M_s^2}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_g^2 + 3\sigma_t^2}$$

$$\frac{32M_z}{\pi d^3} = \sqrt{\left(\frac{32M_{gw}}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16M_s}{\pi d^3}\right)^2}$$

$$\frac{32}{\pi d^3} M_z = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{M_{gw}^2 + 3\left(\frac{\pi d^3}{32} \cdot \frac{16}{\pi d^3}\right)^2 M_s^2}$$

$$M_z = \sqrt{M_{gw}^2 + 0.75M_s^2}$$



Wał maszynowy

Wał maszynowy - pracuje na zginanie i skręcanie.

1. Rozkład sił na płaszczyzny xz i xy.
2. Konstrukcja wykresów momentów gnących w płaszczyźnie xz (Rys. b) i xy (Rys. c).
3. Konstrukcja wykresu momentu wypadkowego (Rys. d) wg zależności:

$$M_{gw} = \sqrt{M_{gx}^2 + M_{gy}^2}$$

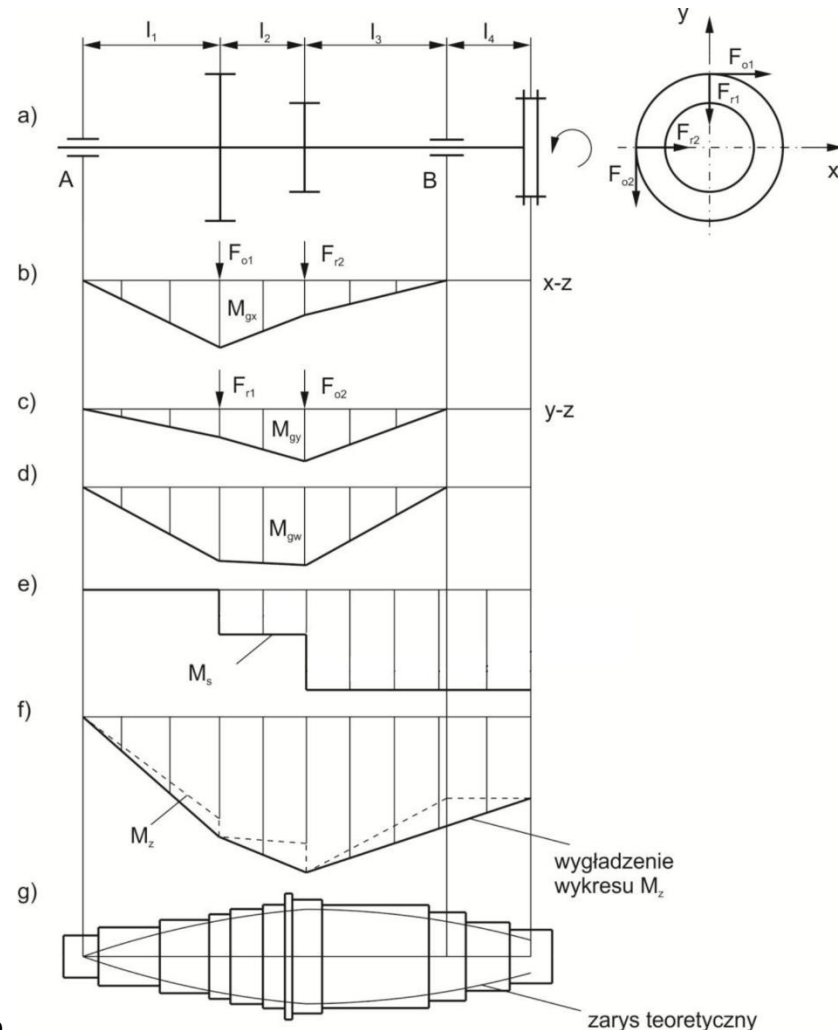
4. Konstrukcja wykresu momentu skręcającego (Rys. e).
5. Konstrukcja wykresu momentu zastępczego (linia przerywana na rys. f) wg zależności:

$$M_z = \sqrt{M_{gw}^2 + 0.75M_s^2}$$

6. Korekcja ("wygładzenie") wykresu zastępczego (linia ciągła na rys. f).
7. Wyznaczenie zarysu teoretycznego wałka (linia cienka na rys. d) wg wzoru:

$$d(z) = \sqrt[3]{\frac{32M_z(z)}{\pi k_{go}}}$$

8. Stopniowanie wałka (linia gruba na rys. d) i kształtowanie czopów wg wytycznych podanych dla osi o stałej wytrzymałości



Przykłady – oś wagonowa

Sprawdzić wytrzymałość zmęczeniową osi wagonowej w przekroju I

Obciążenie statyczne: $P_s = 13600\text{kG} = 136000\text{N}$

Obciążenia dynamiczne:

$P_v = 0.3P_s = 4080\text{kG} = 40800\text{N}$

$P_h = 0.2P_s = 2720\text{kG} = 27200\text{N}$

Wymiary:

$l = 1960\text{ mm}$

$s = 1500\text{ mm}$

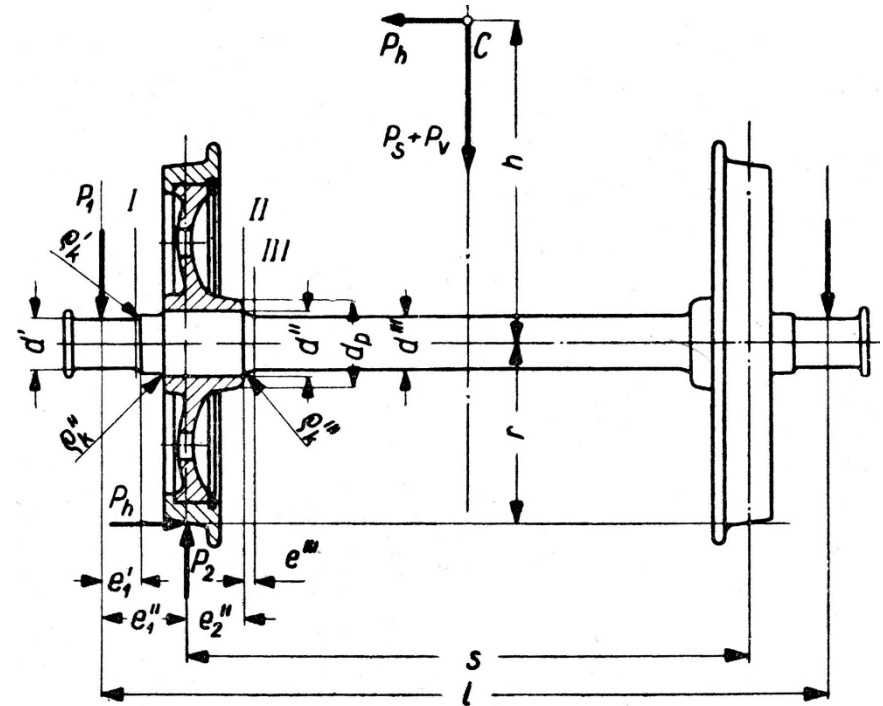
$r = 500\text{ cm}$

$\rho'_k = 15\text{ mm}$

$d' = 115\text{ mm}$

$e'_1 = 100\text{ mm}$

$D' = 135\text{ mm}$



$$P_1 = 0.5(P_s + P_v) + \frac{r}{l}P_h = 95338\text{ N}$$

$$M_g = P_1 e'_p = 9533877\text{ Nmm}$$

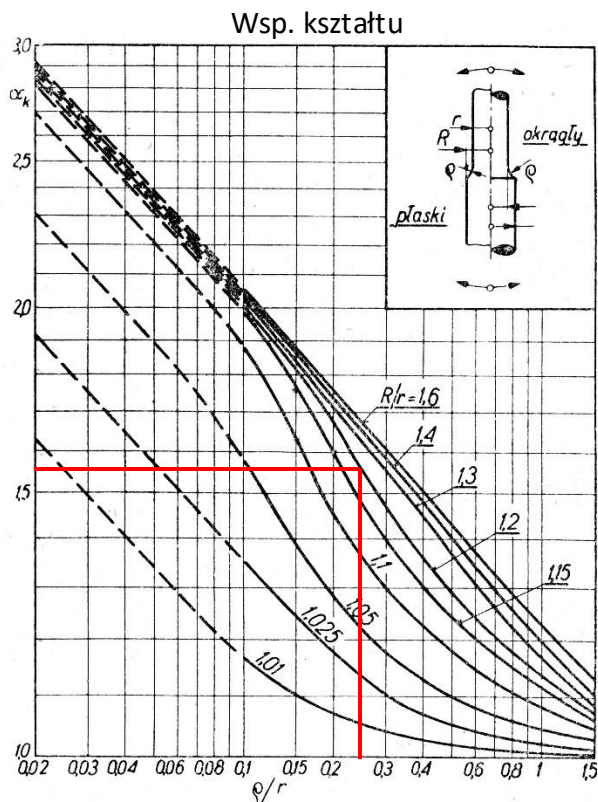
$$W_x = \frac{\pi d'^3}{32} = 149311\text{ mm}^3$$

$$\sigma_g = \sigma_{na} = \frac{M_g}{W_x} = 63.85\text{ MPa}$$

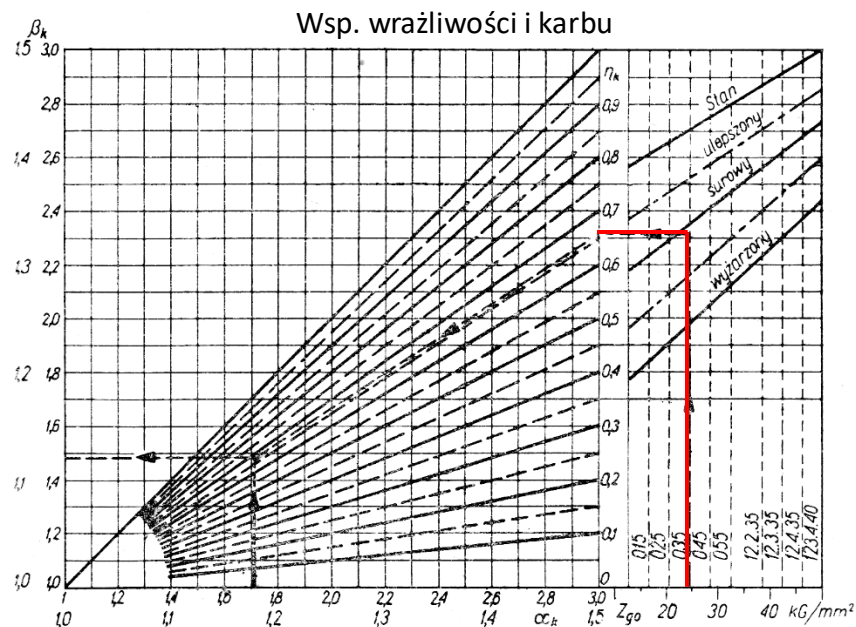
Przykłady – oś wagonowa

Sprawdzić wytrzymałość zmęczeniową osi wagonowej w przekroju I

$$\frac{2\rho'_k}{d'} = 0.26 \quad \frac{D'}{d'} = 1.17$$



$$\alpha_k = 1.55$$

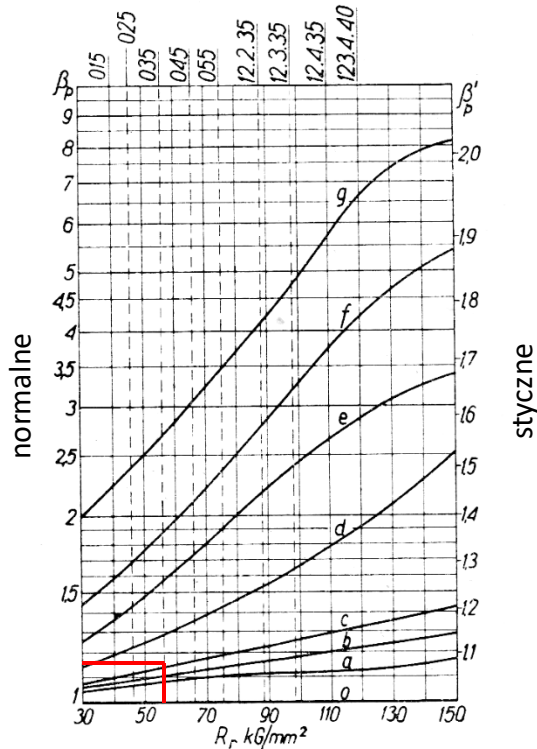


$$\eta_k = 0.66$$

$$\beta_k = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1) = 1.36$$

Przykłady – oś wagonowa

Sprawdzić wytrzymałość zmęczeniową osi wagonowej w przekroju I



- o – polerowanie
- a – szlifowanie
- b – staranne toczenie
- c – zgrubne toczenie
- d – pow. Nakarbowana
- Rr = Rm

Wsp. stanu powierzchni

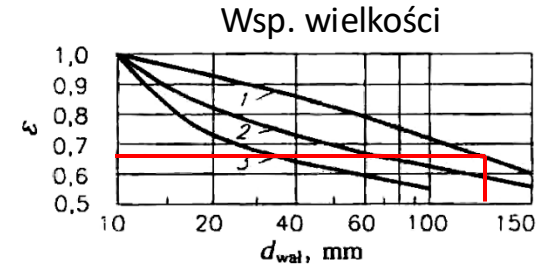
$$\beta_p = 1.12$$

Wsp. spiętrzenia naprężeń

$$\beta_\sigma = \beta_k + \beta_p - 1 = 1.48$$

$Z_{go} = 250$ MPa (stal C35)

$$x = \frac{Z_{go} \varepsilon}{\sigma_g \beta_\sigma} = 1.74$$



- 1 - stal węglowa $R_m = 400+500$ MPa
- 2 - stal stopowa $R_m = 1200+1400$ MPa
- 3 - staliwo 340-550

$$\varepsilon = 0.66$$

Przykłady – wał napędowy śmigłowca

Dobrać przekrój wału napędowego

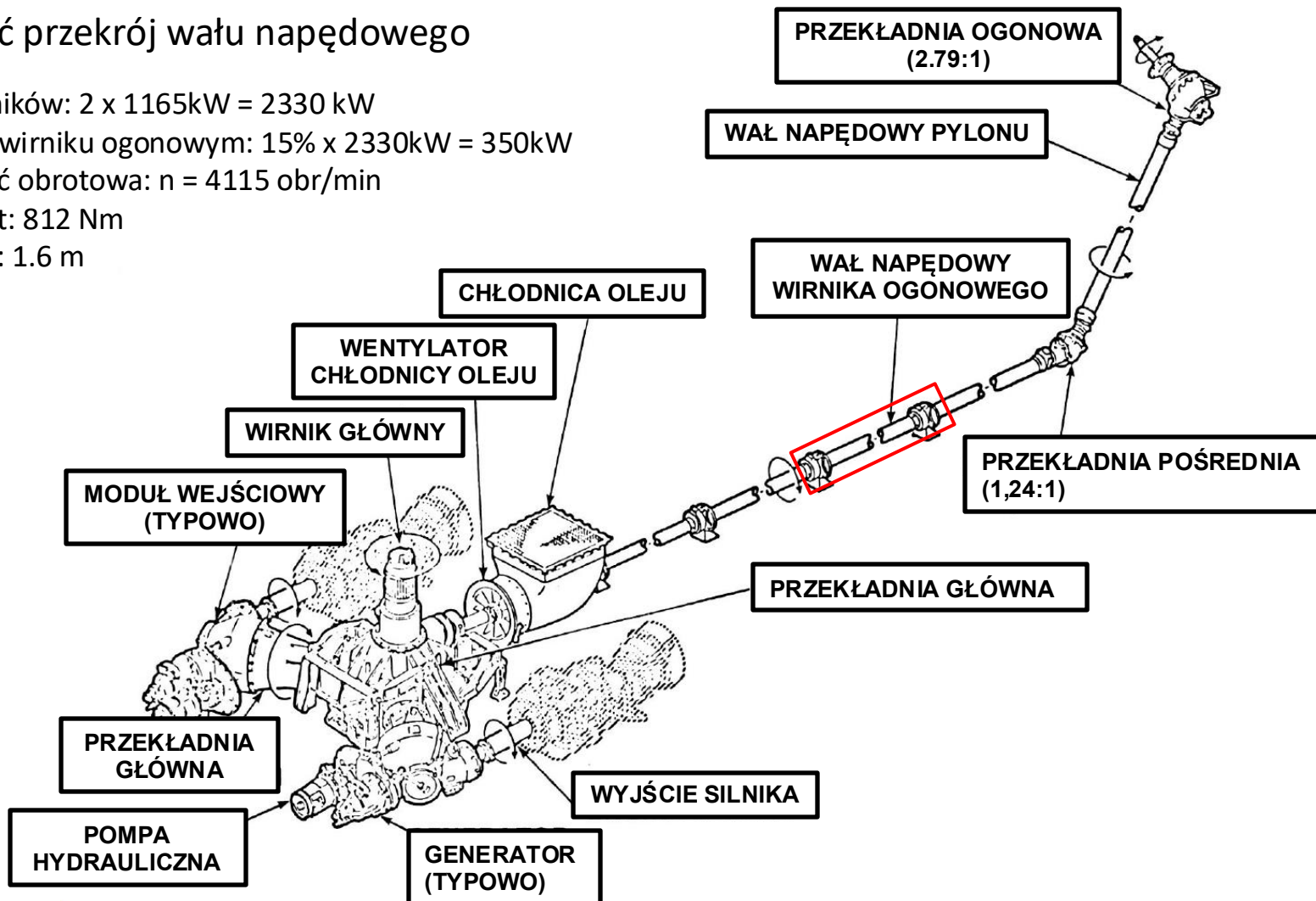
Moc silników: $2 \times 1165\text{kW} = 2330\text{ kW}$

Moc na wirniku ogonowym: $15\% \times 2330\text{kW} = 350\text{kW}$

Prędkość obrotowa: $n = 4115\text{ obr/min}$

Moment: 812 Nm

Długość: 1.6 m



Układ napędowy śmigłowca UH-60 „Black-Hawk”

Przykłady – wał napędowy śmigłowca

Moc silników: 2 x 1165kW = 2330 kW

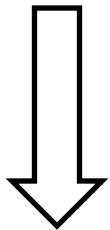
Moc na wirniku ogonowym: 15% x 2330kW = 350kW

Prędkość obrotowa: n = 4115 obr/min

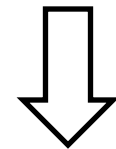
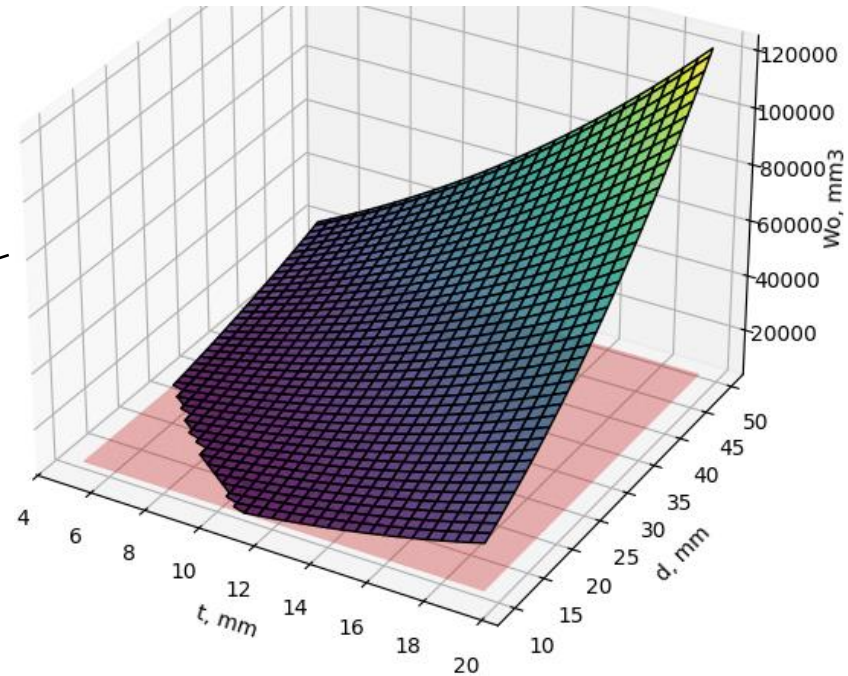
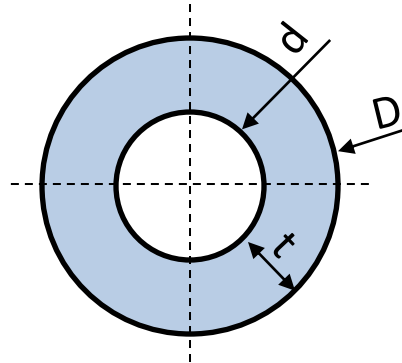
Moment: 812 Nm

Długość: 1.6 m

$$\sigma_t = \frac{M_o}{W_o} \leq k_{so,j}$$



$k_{sj}=135\text{MPa}$
dla stali 42CrMo4
w rzeczywistości jest
ze stopu Al



$$A = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} = \min$$

t=5.0 mm
d=24.5 mm
D=34.5 mm

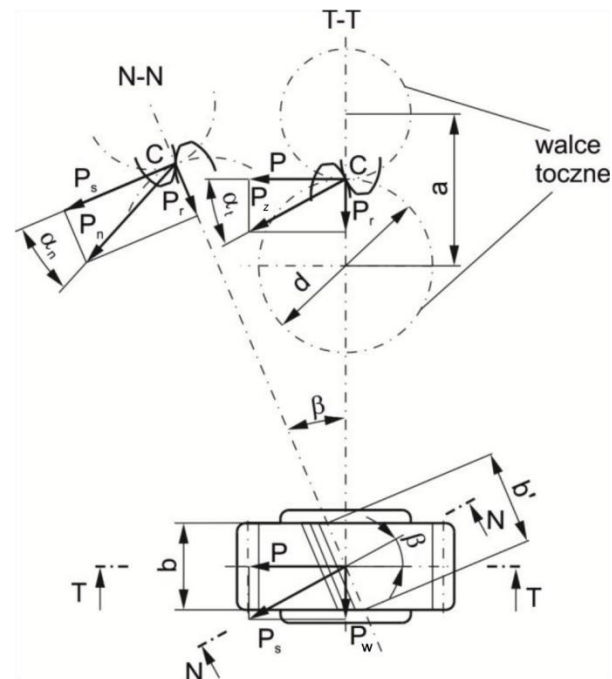
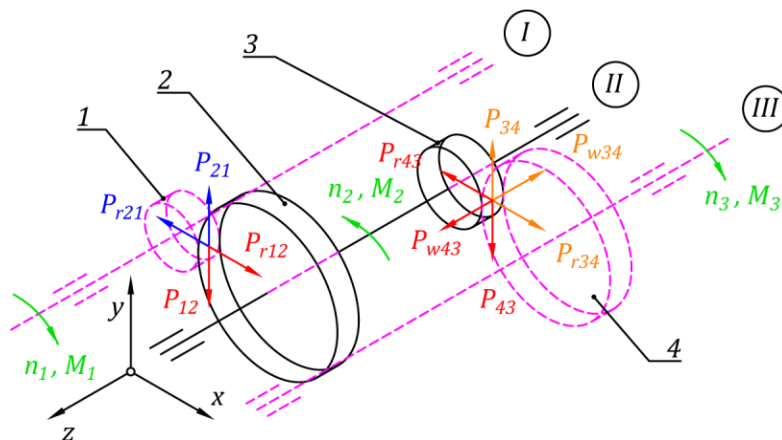
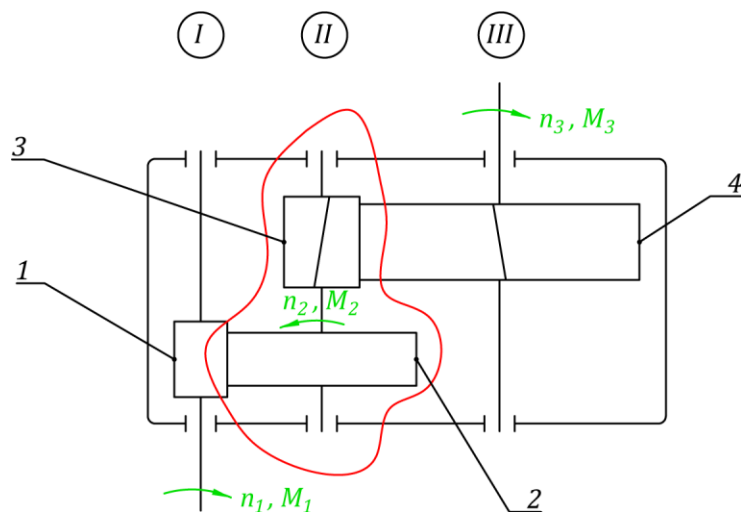
$$W_o \geq \frac{M_o}{k_{sj}} = 6007.79\text{mm}^3$$

$$W_o = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}$$

$$D = d + 2t$$

Przykłady – wały przekładni zębatej walcowej

Przeanalizować obciążenia wałów w przekładni walcowej



W przekładni zębatej występują siły:

- siła obwodowa

$$P = \frac{2M}{d}$$

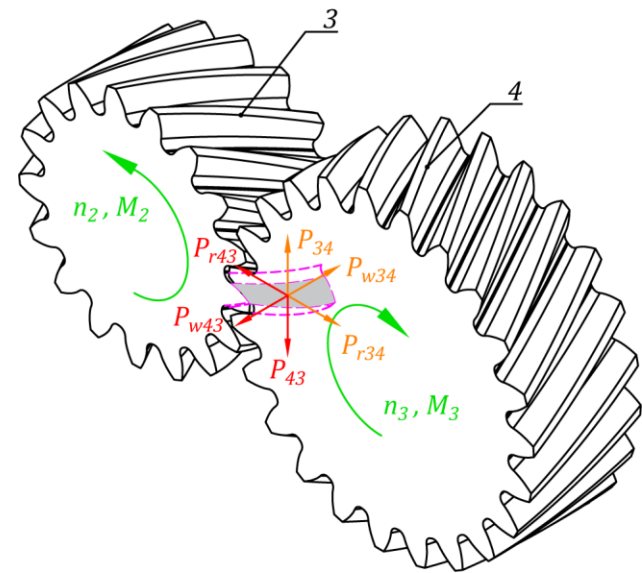
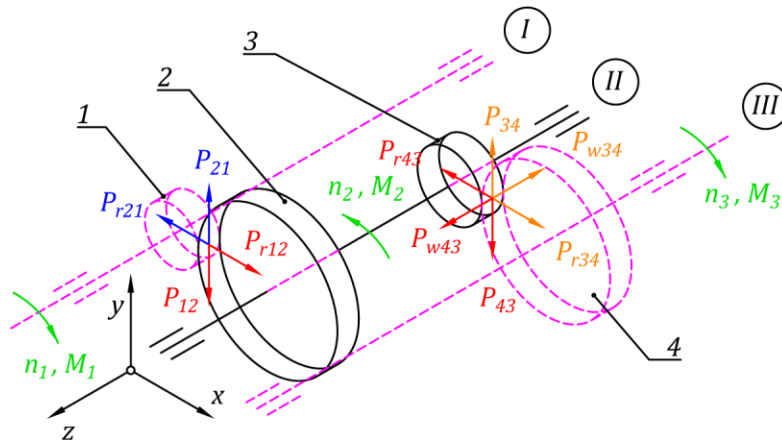
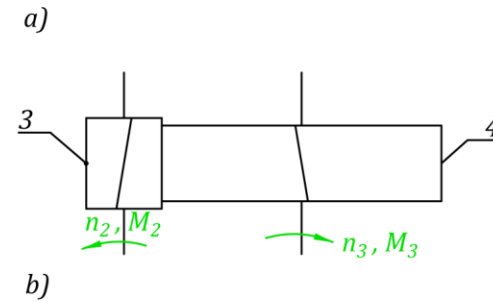
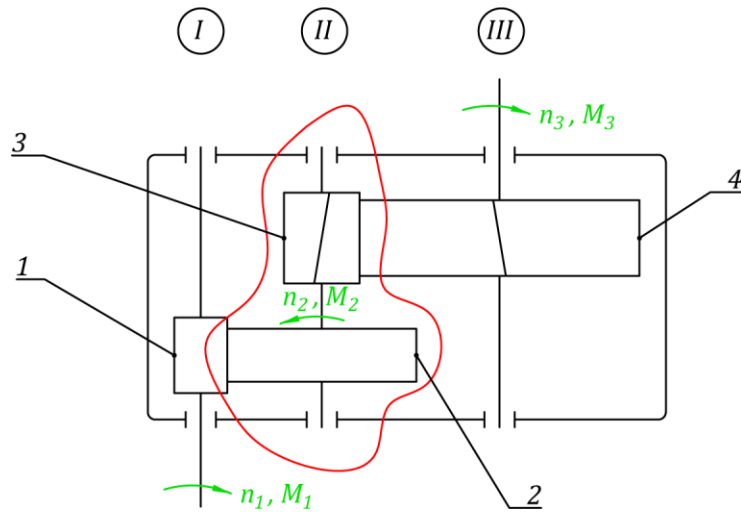
- siła promieniowa

$$P_r = P \operatorname{tg} \alpha_t$$

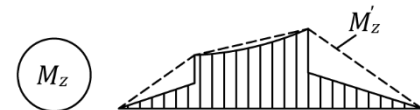
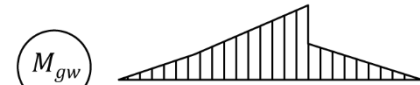
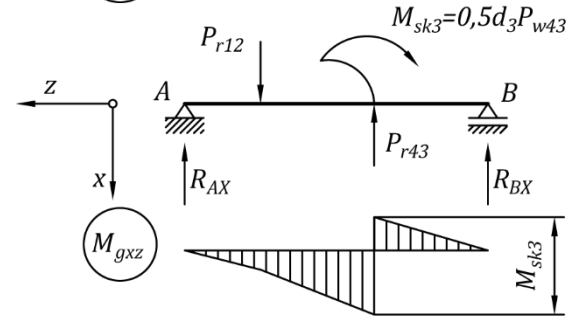
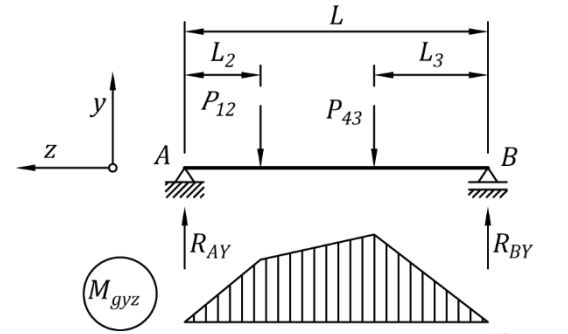
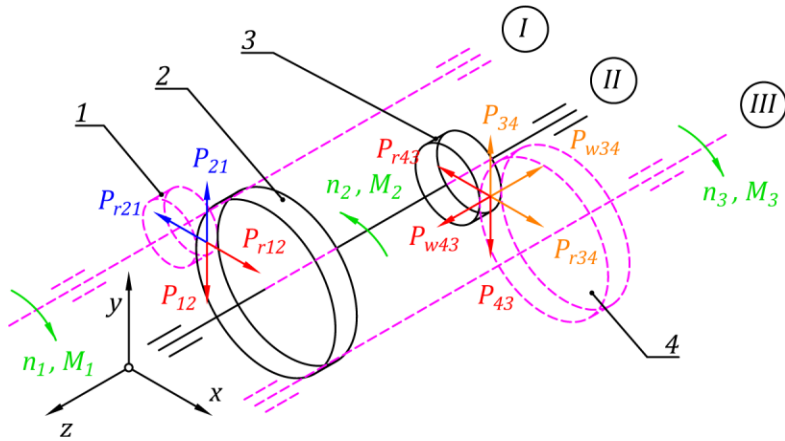
- siła wzdłużna

$$P_w = P \operatorname{tg} \beta$$

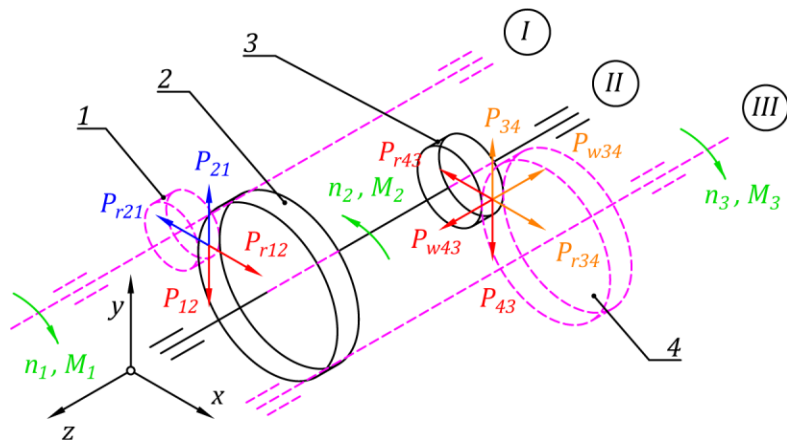
Przykłady – wał przekładni zębatej walcowej



Przykłady – wał przekładni zębatej walcowej



Przykłady – wały przekładni zębatej walcowej



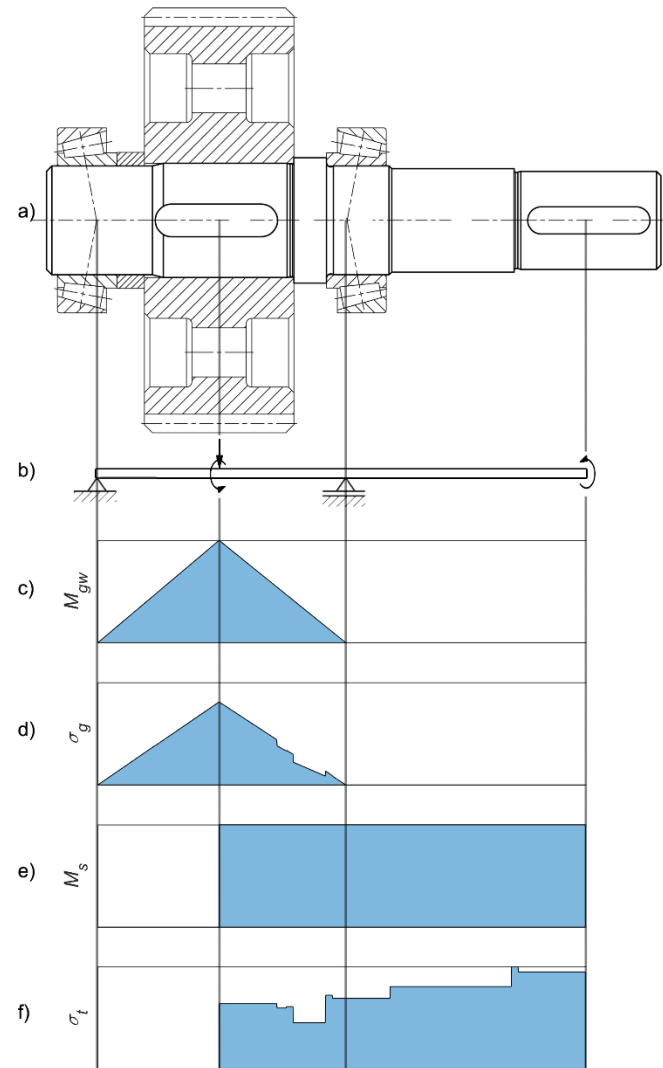
$$x = \frac{x_\sigma x_\tau}{\sqrt{x_\sigma^2 + x_\tau^2}} \geq x_{dop}$$

$$x_\sigma = \frac{Z_\sigma \epsilon}{\sigma_{na} \beta_\sigma}$$

$$x_\tau = \frac{Z_\tau \epsilon}{\tau_{na} \beta_\tau}$$

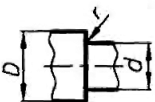
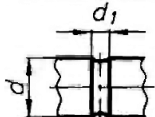
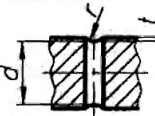
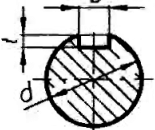

$$\sigma_{na} = \sigma_g = \frac{M_{gw}}{W_x}$$

$$\tau_{na} = \sigma_t = \frac{M_s}{W_o}$$



Przykłady – wały przekładni zębatej walcowej

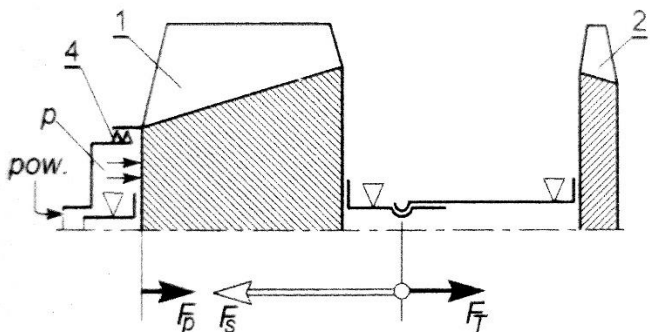
Współczynniki działania karbu

	$\beta_{k\sigma}$		$\beta_{k\tau}$		Szkic	Wskaźniki wytrzymałości, mm ³	
	R_m, MPa					w_g	w_o
	≤ 700	≥ 1000	≤ 700	≥ 1000			
Wał z odsadzeniem dla $D/d = 1,25 \dots 2$ $r/d = 0,02$ $r/d = 0,06$ $r/d = 0,10$	2,50	3,50	1,80	2,10		$\pi d^3/32$	$\pi d^3/16$
Wał z karbem obrączkowym dla $d_1/d = 0,05 \dots 0,025$	1,90	2,00	1,75	2,00		$\frac{\pi d^3}{32} (1,1 - 1,54 \frac{d_1}{d})$	$\frac{\pi d^3}{16} (1 - \frac{d_1}{d})$
Wał z poprzecznym otworem dla $r/d = 0,02$ $(t = r) \quad 0,06$ $0,10$	1,90	2,35	1,40	1,70		$\pi d^3/32$	$\pi d^3/16$
Wał z rowkiem wpustowym	1,75	2,00	1,50	1,90		$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(b-t)^2}{2d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(b-t)^2}{2d}$
Wał z wielowypustami: - równoległymi	1,60	1,75	2,45	2,80		$\xi \pi d^3/32$	$\xi \pi d^3/16$
- ewolwentowymi	1,60	1,75	1,50	1,60		$\frac{\pi d^3}{32}$ d - średnica podziałowa	$\frac{\pi d^3}{16}$
Zwoje ślimaka	2,30	2,50	1,70	1,90		$\frac{\pi d_r^3}{32}$ d_r - średnica podstawy zwoju	$\frac{\pi d_r^3}{16}$
Wał z nagwintowaniem	1,80	2,40	1,20	1,50		$\frac{\pi d_3^3}{32}$ d_3 - wewnętrzna średnica gwintu	$\frac{\pi d_3^3}{16}$
Wał z osadzoną tuleją (piastą)	2,40	3,60	1,80	2,50	(nacisk $p \geq 20 \text{ MPa}$)	$\pi d^3/32$	$\pi d^3/16$

W przypadku obecności w obliczanym przekroju wału kilku współczynników działania karbu, w obliczeniach uwzględnia się współczynnik karbu o większej wartości.

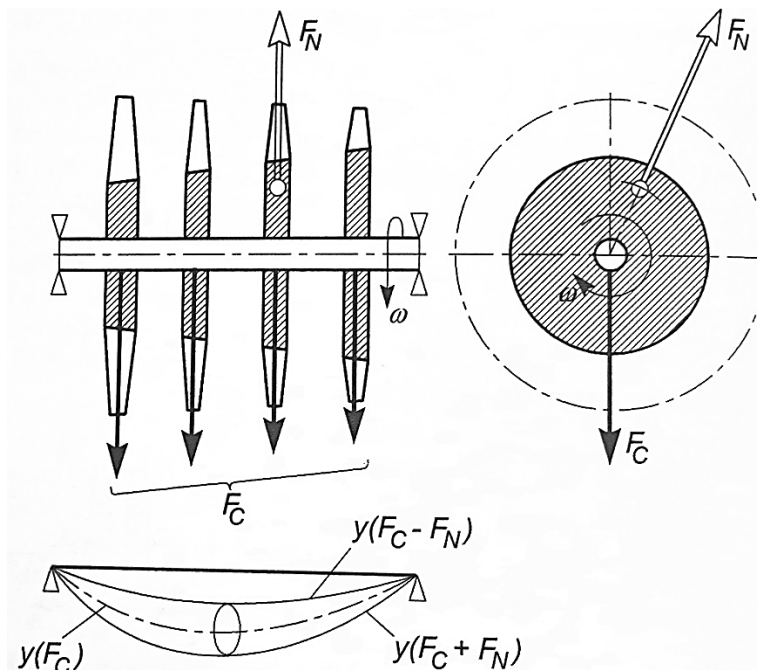
Przykłady – wał silnika turbodrzutowego

Siły wzdłużne



Wał jednowirnikowego silnika odrzutowego:
 F_p – siła od ciśnienia, F_s – siła od sprężarki,
 F_t – siła od turbiny

Siły poprzeczne



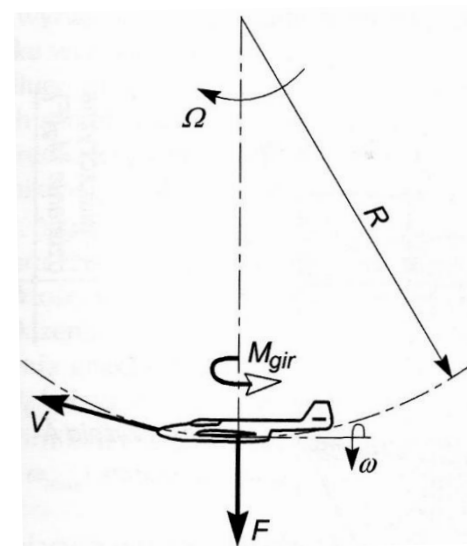
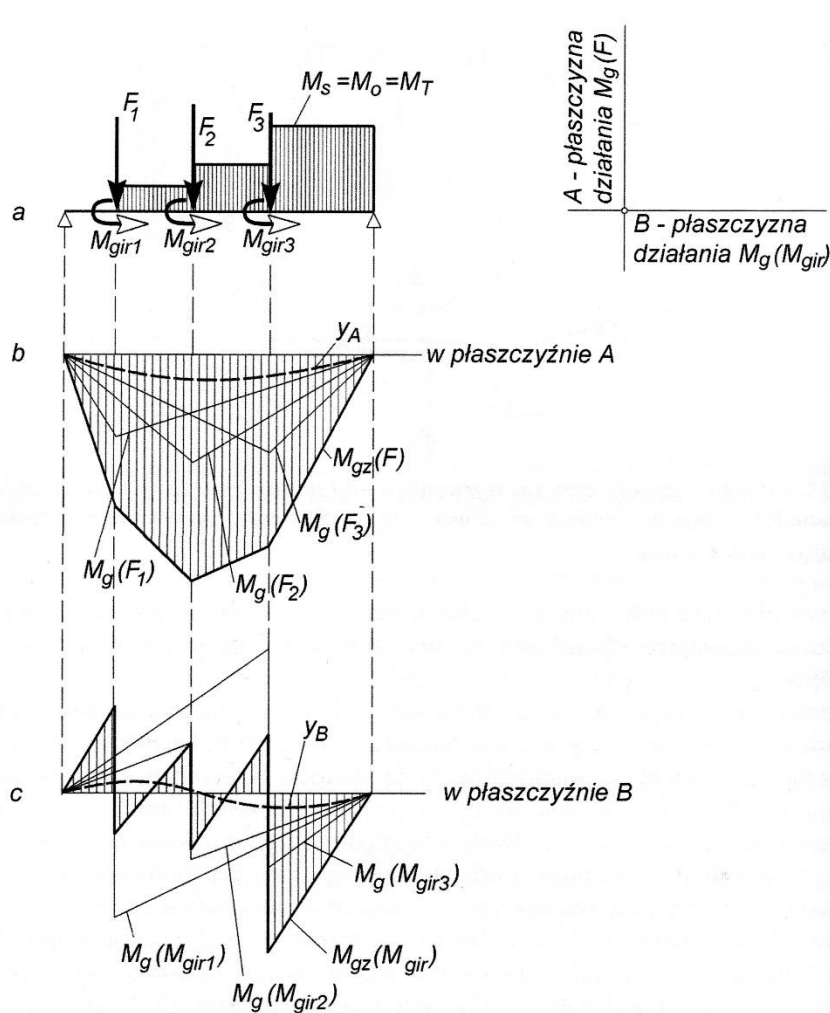
Wał zespołu wirnikowego sprężarki:
 F_c – siły ciężkości, F_n – siła odśrodkowa masy
 niewyważonej

$$F_N = F_C \omega^2 e$$

e – mimośród między osią obrotu a środkiem masy wirnika

Przykłady – wał silnika turbodrzutowego

Momenty żyroskopowe i skręcające

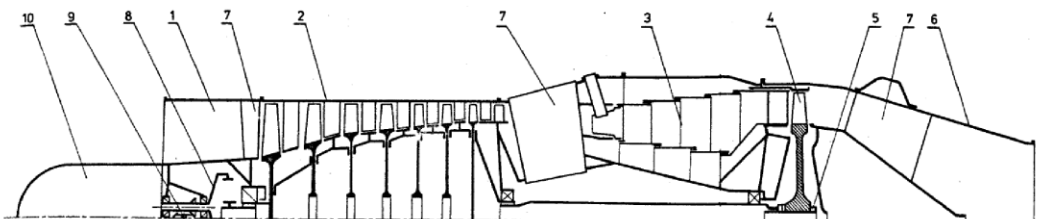


$$M_{gir} = B_0 \omega \Omega$$

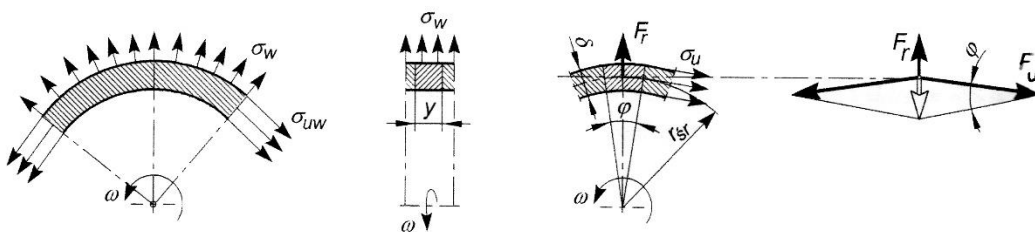
Przykłady – wał silnika turbodrzutowego

Naprężenia w cienkościennym wale (bębnie nośnym)

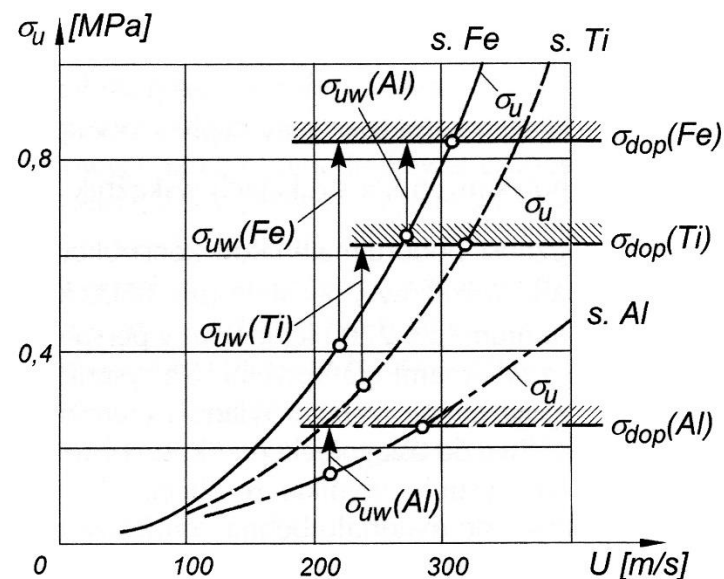
Schemat silnika SO-3



1 - wlot, 2 - sprężarka, 3 - komora spalania, 4 - turbina, 5 - śruba łącząca tarczę i wał turbiny, 6 - dysza wylotowa, 7 - żebro, 8 - przekładnia napędu prądnicy, 9 - przekładnia napędu agregatów, 10 - prądorozrusznik



Wycinek cienkościennej struktury nośnej



$$\sigma_w + \sigma_{uw} \leq \sigma_{dop}$$

Naprężenia obwodowe

$$\sigma_u = \rho U^2$$

$$U = r_{sr} \omega$$

Naprężenia wieńcowe

$$\sigma_{uw} = \sigma_w \frac{r_{sr}}{\delta}$$

Literatura

1. Moszyński W.: *Wytrzymałość zmęczeniowa części maszynowych*. 2 wyd. Warszawa: PWT, 1954.
2. Moszyński W.: *Wykład elementów maszyn. Część I: Połączenia*. 4 wyd. Warszawa: PWT, 1955.
3. Moszyński W.: *Wykład elementów maszyn. Część II: Łożyskowanie*. 4 wyd. Warszawa: PWT, 1955.
4. Moszyński W.: *Wykład elementów maszyn. Część III: Napędy*. 4 wyd. Warszawa: PWT, 1956.
5. Moszyński W.: *Wykład elementów maszyn. Część IV: Mechanizmy*. 3 wyd. Warszawa: PWT, 1955.
6. M. Dietrich, red.: *Podstawy konstrukcji maszyn. T. 1*. Warszawa: WNT, 1999. isbn: 83-204-2344-9.
7. M. Dietrich, red.: *Podstawy konstrukcji maszyn. T. 2*. Warszawa: WNT, 1999. isbn: 83-204-2345-7.
8. M. Dietrich, red.: *Podstawy konstrukcji maszyn. T. 3*. Warszawa: WNT, 1999. isbn: 83-204-2346-5.
9. Balicki W., et al. *Lotnicze silniki turbinowe: konstrukcja–eksploatacja–diagnostyka. cz. I i II*. Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa (2012).
10. Lipka J.: *Wytrzymałość maszyn wirnikowych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1967.
11. Fischer U., et al. *Poradnik mechanika*. Wydawnictwo REA, 2009.



**POLITECHNIKA
RZESZOWSKA**
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA



**WYDZIAŁ
BUDOWY MASZYN
I LOTNICTWA**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Dziękuję za uwagę!

dr inż. Michał Batsch