



**POLITECHNIKA  
RZESZOWSKA**  
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA



**WYDZIAŁ  
BUDOWY MASZYN  
I LOTNICTWA**  
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

# **Geometria i kinematyka ząbów**

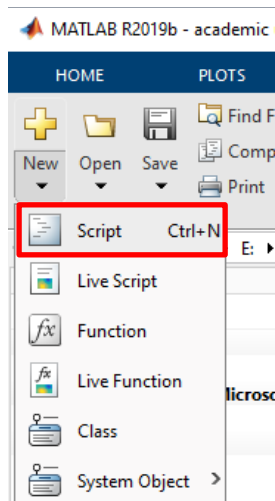
## **Laboratorium**

### **Ćwiczenie 1: Krzywe płaskie**

Opracował: dr inż. Michał Batsch

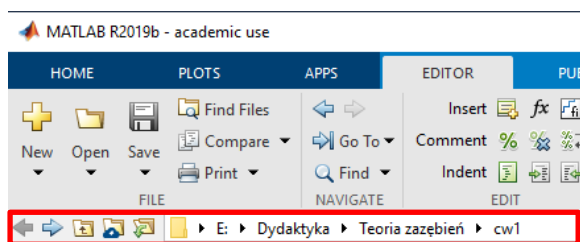
# 1 Wprowadzenie

W ramach ćwiczenia, na podstawie wiadomości z wykładu należy wygenerować ewolwentę oraz kierunki styczne i normalne w wybranych punktach. W tym celu w programie MATLAB należy utworzyć nowy m-plik (rys. 1).



Rys. 1 Tworzenie nowego m-pliku

Przed rozpoczęciem warto również określić ścieżkę roboczą do katalogu, w którym będzie odbywała się praca (rys. 2).



Rys. 2 Ścieżka robocza

W nowotworzonym pliku w pierwszej kolejności należy zdefiniować parametry zarysu, np. w sposób przedstawiony na rysunku 3.

```

m=5; % modul [mm]
alfa=20*pi/180; % kąt przyporu [rad]
gamma=tan(alfa)-alfa; % involuta kąta przyporu [rad]
z=19; % liczba zębów [-]
d=m*z; % średnica podziałowa [mm]
r=d/2; % promień podziałowy [mm]

db=d*cosd(alfa); % średnica zasadnicza [mm]
rb=db/2; % promień zasadniczy [mm]

ha=m; % wysokość głowy zęba [mm]
hf=1.25*m; % wysokość stopy zęba [mm]

da=d+2*ha; % średnica wierzchołków [mm]
df=d-2*hf; % średnica dna wębów [mm]

alfaa=acos(db/da); % kąt przyporu na średnicy wierzchołków [rad]
gammaaa=tan(alfaa)-alfaa; % involuta kąta przyporu na średnicy wierzchołków [rad]

```

Rys. 3 Definicja parametrów zarysu

Kolejnym krokiem jest zdefiniowanie początkowego i końcowego parametru krzywej oraz utworzenie wektorów współrzędnych punktów ewolwenty na podstawie równania (3.5) z wykładu (rys. 4).

```

tp=0; % początkowy kąt odtaczania [rad]
tk=gammaaa+alfaa; % końcowy kąt odtaczania [rad]
dt=(tk-tp)/100; % przyrost kąta odtaczania [rad]
t=tp:dt:tk; % wektor kątów odtaczania [rad]

xew=rb*(sin(t)-t.*cos(t));
yew=rb*(cos(t)+t.*sin(t));

```

Rys. 4 Wektor współrzędnych

Im większa liczba w mianowniku wyrażenia określającego krok dyskretyzacji  $dt$  tym ewolwenta będzie odwzorowana dokładniej. Na tym etapie można wygenerować wykres zdefiniowanej ewolwenty.

```

figure
plot(xew,yew,'-b')
hold on;
f=0:0.01:2*pi;
plot(rb*cos(f),rb*sin(f),'-.black')
grid on
axis equal

```

Rys. 5 Wizualizacja wyników

Na wykresie zaznaczono również okrąg zasadniczy o promieniu  $r_b$ . Następnie definiowane są współrzędne jednostkowych wektorów stycznego i normalnego (wzory (3.11) i (3.13) z wykładu) dla wybranego punktu ewolwenty, w sposób pokazany na rysunku 6.

```

tpodz=gamma+alfa;
xM=rb*(sin(tpodz)-tpodz*cos(tpodz));
yM=rb*(cos(tpodz)+tpodz*sin(tpodz));

Tx=sin(tpodz);
Ty=cos(tpodz);

Nx=cos(tpodz);
Ny=-sin(tpodz);

```

Rys. 6 Definicja współrzędnych wektorów stycznego i normalnego

Jako punkt wybrano punkt ewolwenty na wysokości średnicy podziałowej, z czego wynika definicja kąta odtaczania  $tpodz$ . Obliczono również współrzędne tego punktu jako  $xM$  i  $yM$ . Następnie wygenerowano wykres ewolwenty z zaznaczonymi wektorami stycznym i normalnym (rys. 7).

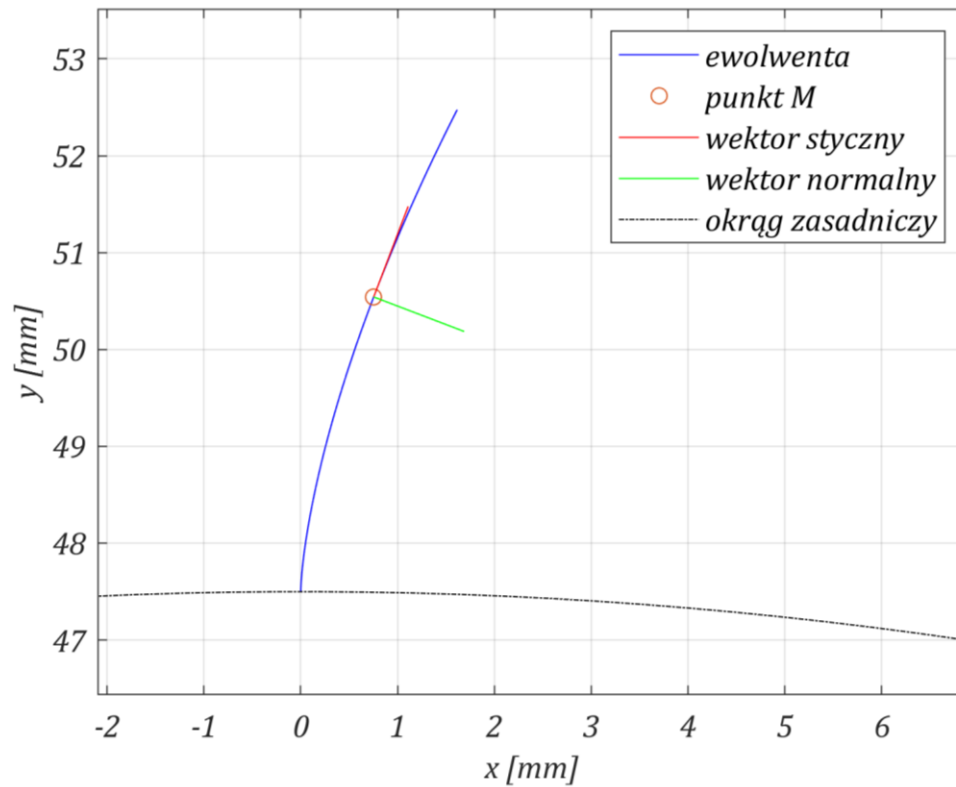
```

figure
plot(xew,yew,'-b',xM,yM,'o')
hold on;
plot([0+xM,Tx+xM],[0+yM,Ty+yM],'-r')
hold on;
plot([0+xM,Nx+xM],[0+yM,Ny+yM],'-g')
f=pi/2-pi/10:0.01:pi/2+pi/10;
plot(rb*cos(f),rb*sin(f),'-.black')
grid on
axis equal

```

Rys. 7 Wizualizacja wyników

Proszę zwrócić uwagę na to, że wektory styczny i normalny określają jedynie kierunek. Aby „zaczepić” wektor w odpowiednim miejscu przesunięto go o współrzędne  $xM$  i  $yM$ . Wynik powinien wyglądać w sposób zbliżony do wykresu przedstawionego na rys. 8.



Rys. 7 Kierunki styczne i normalne ewolwenty

## 2 Zadanie

W ramach ćwiczenia, należy samodzielnie napisać program, który będzie generował i pokazywał na wykresie wektory styczne i normalne ewolwenty na zdefiniowanej przez użytkownika **średnicy**.

Podpowiedź: Należy uzależnić kąt odtaczania od średnicy.