



**POLITECHNIKA
RZESZOWSKA**
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA



**WYDZIAŁ
BUDOWY MASZYN
I LOTNICTWA**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Projektowanie przekładni walcowych wg normy ISO 6336

dr inż. Michał Batsch

Norma ISO 6336

- ISO 6336-1 – współczynniki wpływu
- ISO 6336-2 – nośność powierzchniowa
- ISO 6336-3 – wytrzymałość u podstawy
- ISO 6336-5 – własności materiałów
- ISO 6336-6 – trwałość pod zmiennym obciążeniem

Nie stosować gdy:

- $\epsilon_\alpha < 1$
- $\epsilon_\alpha > 2.5$
- występuje interferencja zębów
- występuje zaostrenie u wierzchołka
- przekładnia jest bezluzowa

Norma ISO 6336

- **Metoda A** – najdokładniejsza, współczynniki wyznaczone są na podstawie wyczerpujących testów i/lub analiz
- **Metoda B** – wystarczająco dokładna do większości zastosowań
- **Metoda C** – mniej dokładna, znaczne uproszczenia

$$\text{wsp. bezpieczeństwa} = \frac{\text{modyfikowane naprężenia dopuszczalne}}{\text{obliczone naprężenia}}$$

$$F_t = \frac{2\,000\,T_{1,2}}{d_{1,2}} = \frac{19\,098 \times 1\,000\,P}{d_{1,2}\,n_{1,2}} = \frac{1\,000\,P}{v}$$

$$T_{1,2} = \frac{F_t\,d_{1,2}}{2\,000} = \frac{1\,000\,P}{\omega_{1,2}} = \frac{9\,549\,P}{n_{1,2}}$$

$$P = \frac{F_t\,v}{1\,000} = \frac{T_{1,2}\,\omega_{1,2}}{1\,000} = \frac{T_{1,2}\,n_{1,2}}{9\,549}$$

$$v = \frac{d_{1,2}\,\omega_{1,2}}{2\,000} = \frac{d_{1,2}\,n_{1,2}}{19\,098}$$

$$\omega_{1,2} = \frac{2\,000\,v}{d_{1,2}} = \frac{n_{1,2}}{9,549}$$

Współczynniki wpływu wg normy ISO 6336-1

Współczynnik zastosowania K_A – uwzględnia wzrost siły obwodowej w wyniku czynników zewnętrznych takich jak charakter pracy maszyny napędowej i napędzanej (przeciążenia, rozruch, hamowanie itp.).

Table B.1 — Application factor, K_A

Working characteristic of driving machine	Working characteristic of driven machine			
	Uniform	Light shocks	Moderate shocks	Heavy shocks
Uniform	1,00	1,25	1,50	1,75
Light shocks	1,10	1,35	1,60	1,85
Moderate shocks	1,25	1,50	1,75	2,00
Heavy shocks	1,50	1,75	2,00	$\geq 2,25$

Przy wyznaczaniu trwałości w obszarze ograniczonej wytrzymałości dla obciążenia zmiennego obliczany jest jako:

$$K_A = \frac{T_{eq}}{T_n} \quad T_{eq} = \left(\frac{n_1 T_1^p + n_2 T_2^p + \dots}{n_1 + n_2 + \dots} \right)^{\frac{1}{p}}$$

Współczynniki wpływu wg normy ISO 6336-1

Współczynnik zastosowania K_A dla przekładni wielodrożnych – uwzględnia dodatkowo nierównomierność rozkładu obciążenia z uwagi na współpracę z kilkoma kołami zębatymi. Wówczas zamiast K_A wprowadza się iloczyn:

$$K_A \cdot K_\gamma$$

gdzie K_γ to współczynnik nierównomierności rozkładu obciążenia (mesh load factor) na koła współpracujące np. satelity w przekładni planetarnej. Wg AGMA 6123-C16 dla przekładni planetarnych:

Application level ¹⁾ , 3), 4), 5)		Number of planets, N_{CP}								Flexible mounts ³⁾
		2	3	4	5	6	7	8	9	
1	K_γ	1.16	1.23	1.32	1.35	1.38	1.47	1.52	~	without
2	K_γ	1.00	1.05	1.25	1.35	1.44	1.47	1.52	1.61	without
3	K_γ	1.00	1.00	1.15	1.19	1.23	1.27	1.30	1.33	without
4	K_γ	1.00	1.00	1.08	1.12	1.16	1.20	1.23	1.26	with

NOTES:

- 1) Application level
 - 1 typical for slow speed gears, mining mill drives, etc.;
 - 2 moderate quality, i.e., commercial marine, non-military, wind turbines;
 - 3 & 4 high quality, high speed, gas turbine/generator drives, military marine.
- 2) Gear manufacturing quality has an influence on the load sharing performance of the planets. Higher gear quality results in reduced load variations through each planet mesh.
- 3) Flexible mounts of the planets, such as flexible shafts or pins, flexible planet couplings improves load sharing. See 9.2.
- 4) Load sharing at application level 2 or higher requires at least one floating member, and that the total tangential tolerance of placement of the planet on the carrier with respect to the tangential placement of the planets on the carrier and the tooth thickness variation of the planets should be compatible with quality of the gears to be used.
- 5) Load sharing level 3 or higher requires a flexible ring gear.
- 6) Values shown may not be conservative enough for applications where the mass of any floating element is high in relation to the speed and radial forces required to accelerate the floating elements are significant.
- 7) The values specified in Table 7 are intended to represent an approximation of the worst torque load case K_γ values. At torques significantly lower than the worst case torque load K_γ rises significantly above table values. This may be important in design for fatigue; in such cases use of more sophisticated methods such as those found in Annex I may be warranted.

Współczynniki wpływu wg normy ISO 6336-1

Współczynnik nadwyżek dynamicznych K_v – uwzględnia wzrost siły obwodowej w wyniku wewnętrznych czynników dynamicznych w ząbieniu takich jak prędkość obwodowa, dokładność wykonania, sztywność itp.

W metodzie B obliczenia prowadzi się wg wzorów w zależności od stosunku nominalnej prędkości obrotowej zębika do jego prędkości rezonansowej, błędów zarysu, stopnia pokrycia i sztywności ząbienia.

W metodzie C stosuje się uproszczony wzór:

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \frac{v z_1}{100} K_3 \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}}$$

$$\frac{v z_1}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} \leq 0,2$$

$$K_3 = 2,0$$

$$\frac{v z_1}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} > 0,2$$

$$K_3 = -0,357 \frac{v z_1}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} + 2,071$$

Table 7 — Values of factors K_1 and K_2 for calculation of K_{v-C} , by Equation (36)

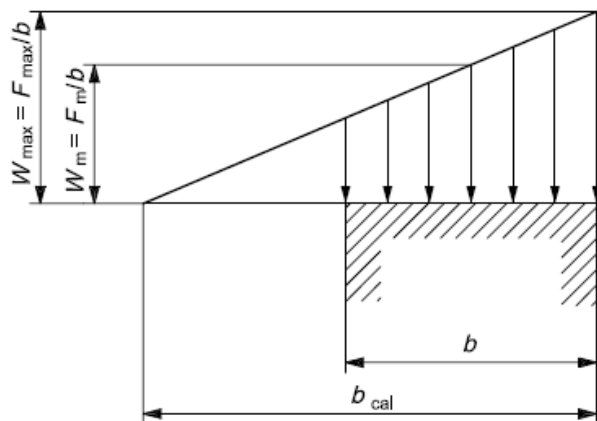
	K_1 Accuracy grades as specified in ISO 1328-1										K_2 All accuracy grades
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Spur gears	2,1	3,9	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,3	0,019 3
Helical gears	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	91,4	130,3	0,008 7

Współczynniki wpływu wg normy ISO 6336-1

Współczynniki nierównomierności obciążenia wzdłuż linii zęba $K_{H\beta}$ i $K_{F\beta}$ – uwzględniają wzrost siły obwodowej w wyniku nierównomiernego dolegania zębów wzdłuż linii dla obliczania naprężeń powierzchniowych (indeks H), u podstawy (indeks F).

$$K_{H\beta} = \frac{(F/b)_{\max}}{(F_m/b)}$$

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F}$$



$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} = \frac{1}{1 + h/b + (h/b)^2}$$

Wyrażony w funkcji współczynnika $K_{H\beta}$, szerokości wieńca i wysokości zęba.

Oblicza się z uwzględnieniem błędów dolegania wynikających z odkształceń: zębów, otoczki, wałów, korpusu i łożysk (metoda B symulacje komputerowe, metoda C uproszczone wzory)

Współczynniki wpływu wg normy ISO 6336-1

Współczynniki nierównomierności obciążenia wzdłuż linii przyporu $K_{H\alpha}$ i $K_{F\alpha}$ – uwzględniają wzrost siły obwodowej w wyniku nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż czołowej linii przyporu, powstały w wyniku: odkształceń, modyfikacji zarysów, niedokładności uzębienia i efektów związanych z docieraniem. Dla naprężeń powierzchniowych (indeks H), u podstawy (indeks F). Wg metody B:

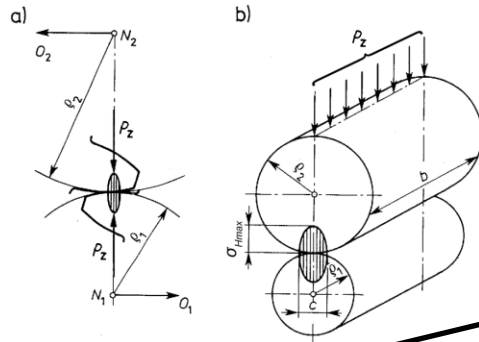
$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \left(0,9 + 0,4 \frac{c_{\gamma\alpha} (f_{pb} - y_\alpha)}{F_{tH} / b} \right) \quad \text{dla} \quad \varepsilon_\gamma \leq 2$$

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 \sqrt{\frac{2(\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma} \frac{c_{\gamma\alpha} (f_{pb} - y_\alpha)}{F_{tH} / b}} \quad \text{dla} \quad \varepsilon_\gamma > 2$$

oblicza się z uwzględnieniem stopnia pokrycia, błędów zarysu, sztywności zazębienia i docierania.

Wyteżenie zęba na powierzchni wg ISO 6336-2

Napężenia Hertza w punkcie C (na średnicy podziałowej):



$$\sigma_{H0} = Z_H Z_E Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}}$$

współczynnik strefy
(zone factor)
uwzględnia promienie
krzywizn z punkcie C

współczynnik
sprężystości
(elasticity factor)
uwzględnia moduły
Younga współpr. kół

współczynnik
przyporu
(contact ratio factor)
uwzględnia
efektywne długości
linii styku

współczynnik kąta
pochylenia l. zęba
(helix angle factor)
uwzględnia śrubową
linię zębów

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \sin \alpha_{wt}}}$$

$$Z_E = \sqrt{\frac{E}{2\pi(1-\nu^2)}}$$

$$E = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}$$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \text{ for } \varepsilon_\beta < 1$$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \text{ for } \varepsilon_\beta \geq 1$$

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta}$$

Wyteżenie zęba na powierzchni wg ISO 6336-2

Naprężenia Hertza w punktach B (dla zębника) i D (dla koła):

$$\sigma_{H1} = Z_B \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad \sigma_{H2} = Z_D \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$

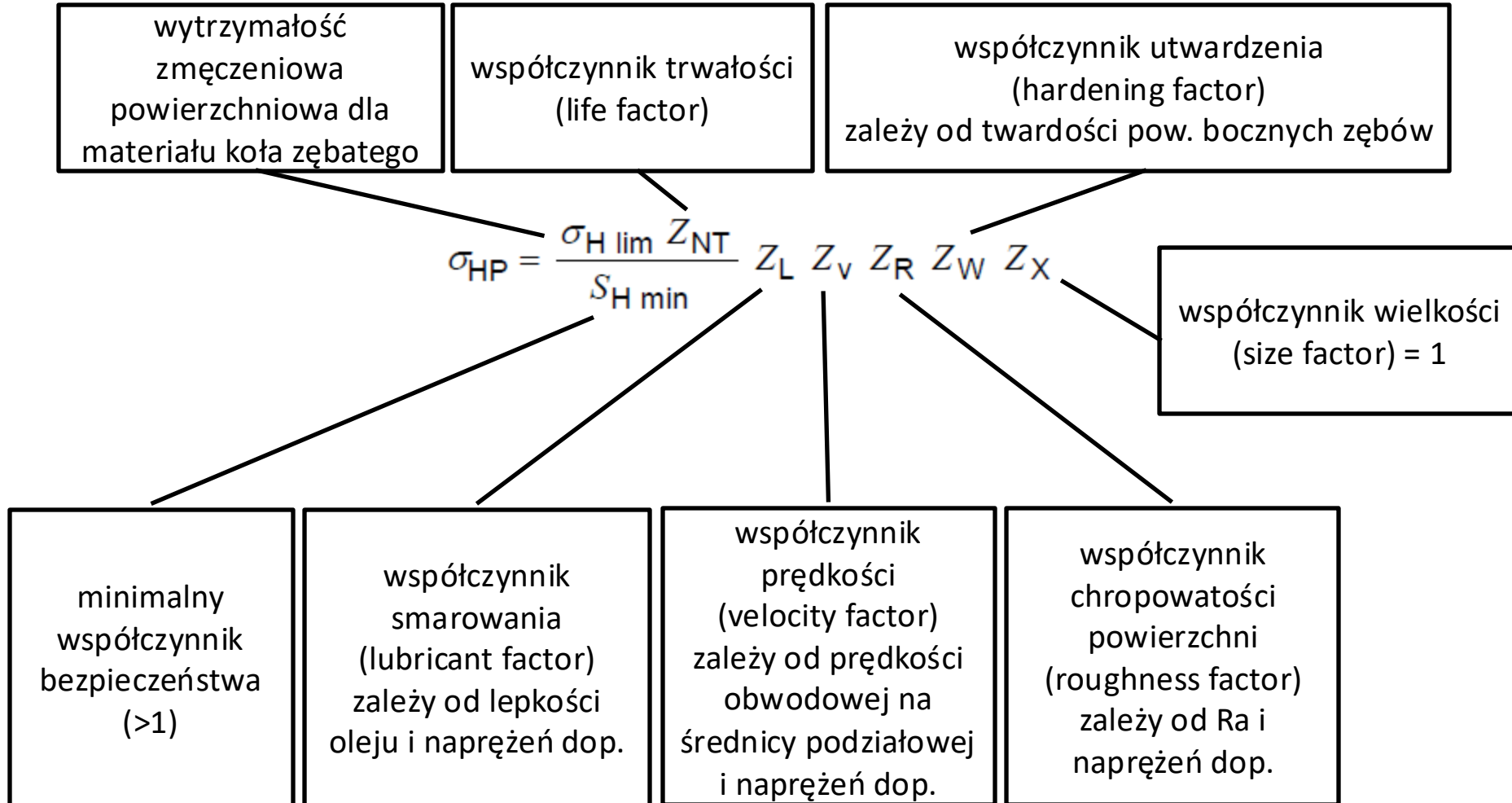
współczynnik
jednoparowego
przyporu dla zębника

współczynnik
jednoparowego
przyporu dla koła

współczynniki wpływu
(influence factors)
uwzględniają wzrost siły
międzyzębnej

Wyteżenie zęba na powierzchni wg ISO 6336-2

Napężenia dopuszczalne:



Wyteżenie zęba na powierzchni wg ISO 6336-2

Współczynniki bezpieczeństwa:

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{HG1}}{\sigma_{H1}} > S_{H \min}$$

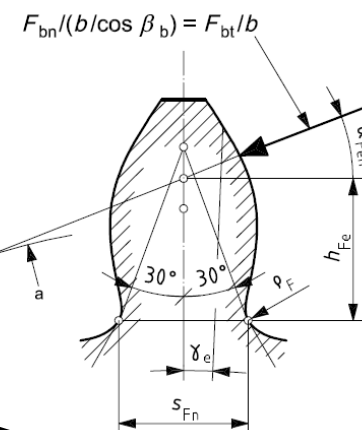
$$S_{H2} = \frac{\sigma_{HG2}}{\sigma_{H2}} > S_{H \min}$$

$$\sigma_{HG} = \sigma_{HP} S_{H \min}$$

Wyteżenie zęba u podstawy wg ISO 6336-3

Maksymalna wartość naprężeń u podstawy w położeniu odpowiadającym końcowi jednoparowego przyporu (punkt D):

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b m_n} Y_F Y_S Y_\beta Y_B Y_{DT}$$

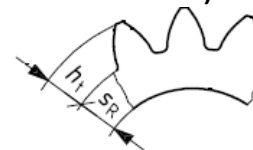


współczynnik kształtu
(form factor)
uwzględnia kształt zęba

współczynnik koncentracji naprężeń
(stress factor)
uwzględnia wpływ karbu (krzywa przejściowa)

współczynnik linii śrubowej
(helix factor)
uwzględnia wpływ śrubowej linii zęba

współczynnik grubości obręczy
(rim thickness factor)



współczynnik trapezoidalnego rozkładu obciążenia
(deep tooth factor)

$$Y_F = \frac{6 h_{Fe} \cos \alpha_{Fen}}{m_n^2 \left(\frac{s_{Fn}}{m_n} \right)^2 \cos \alpha_n}$$

$$Y_S = (1,2 + 0,13 L) q_s \left[\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L}} \right]$$

$$L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fe}} \quad q_s = \frac{s_{Fn}}{2 \rho_F}$$

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120^\circ}$$

$$Y_B = 1,0 \quad \text{dla } s_R/h_t \geq 1,2$$

$$Y_B = 1,6 \ln \left(2,242 \frac{h_t}{s_R} \right) \quad \text{dla } s_R/h_t < 1,2$$

dla dokładnych kół
(klasa <4)
z modyfikacją zarysu

Wyteżenie zęba u podstawy wg ISO 6336-3

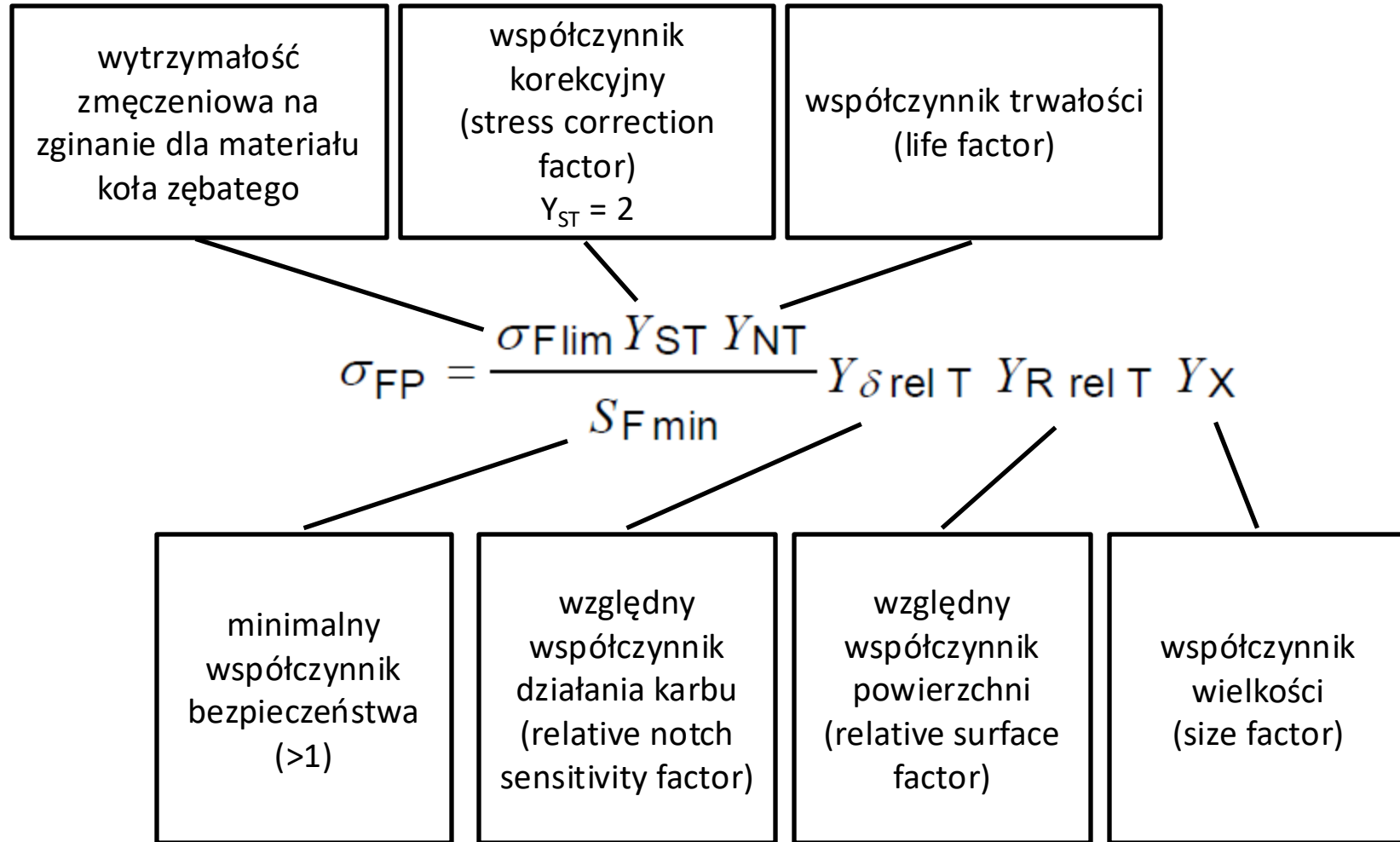
Całkowite naprężenia u podstawy w położeniu odpowiadającym końcowi jednoparowego przyporu (punkt D):

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \underbrace{K_A K_v K_F \beta K_{F\alpha}}$$

współczynniki wpływu
(influence factors)
uwzględniają wzrost siły
międzyzębnej

Wyteżenie zęba u podstawy wg ISO 6336-3

Dopuszczalne naprężenia gnące u podstawy:



Wyteżenie zęba u podstawy wg ISO 6336-3

Współczynniki bezpieczeństwa:

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FG1}}{\sigma_{F1}} \geq S_{Fmin}$$

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FG2}}{\sigma_{F2}} \geq S_{Fmin}$$

$$\sigma_{FG} = (\sigma_{FP} S_{Fmin})$$

Wytrzymałość i jakość materiałów wg ISO 6336-5

Naprężenia dopuszczalne gnące σ_{Flim}

Centre distance	$a = 100 \text{ mm}$
Helix angle	$\beta = 0 \text{ (} Z_{\beta} = 1 \text{)}$
Module	$m = 3 \text{ mm to } 5 \text{ mm (} Z_x = 1 \text{)}$
Mean peak-to-valley roughness of the tooth flanks	$R_z = 3 \text{ }\mu\text{m (} Z_R = 1 \text{)}$
Tangential velocity	$v = 10 \text{ m/s (} Z_v = 1 \text{)}$
Lubricant viscosity	$\nu_{50} = 100 \text{ mm}^2/\text{s (} Z_L = 1 \text{)}$
Mating gears of the same material	$(Z_W = 1)$
Gearing accuracy grades	4 to 6 according to ISO 1328-1
Facewidth	$b = 10 \text{ mm to } 20 \text{ mm}$
Load influence factors	$K_A = K_v = K_{H\beta} = K_{H\alpha} = 1$

Naprężenia dopuszczalne stykowe σ_{Hlim}

Helix angle	$\beta = 0 \text{ (} Y_{\beta} = 1 \text{)}$
Module	$m = 3 \text{ mm to } 5 \text{ mm (} Y_X = 1 \text{)}$
Stress correction factor	$Y_{ST} = 2,0$
Notch parameter	$q_{ST} = 2,5 \text{ (} Y_{\delta \text{ rel T}} = 1 \text{)}$
Mean peak-to-valley roughness of the tooth fillets	$R_z = 10 \text{ }\mu\text{m (} Y_{R \text{ rel T}} = 1 \text{)}$
Gearing accuracy grades	4 to 7 according to ISO 1328-1
Basic rack	according to ISO 53
Facewidth	$b = 10 \text{ mm to } 50 \text{ mm}$
Load factors	$K_A = K_v = K_{F\beta} = K_{F\alpha} = 1$

Wytrzymałość i jakość materiałów wg ISO 6336-5

$$\left. \begin{matrix} \sigma_{Hlim} \\ \sigma_{Flim} \end{matrix} \right\} = A \cdot x + B$$

x – twardość w HBW lub HV

Table 1 — Calculation of σ_{Hlim} and σ_{Flim}

No.	Material	Stress	Type	Abbreviation	Fig.	Quality	A	B	Hardness	Min. hardness	Max. hardness
1	Normalized low carbon steels/cast steels ^a	contact	wrought normalized low carbon steels	St	1 a)	ML/MQ	1,000	190	HBW	110	210
2			cast steels	St	1 b)	ML/MQ	0,988	131	HBW	140	210
3				(cast)		ME	1,143	237		140	210
4						ME					
5		bending	wrought normalized low carbon steels	St	2 a)	ML/MQ	0,455	69	HBW	110	210
6			cast steels	St	2 b)	ML/MQ	0,313	62	HBW	140	210
7				(cast)		ME	0,254	137		140	210
8						ME					
9	Cast iron materials	contact	black malleable cast iron	GTS	3 a)	ML/MQ	1,371	143	HBW	135	250
10			nodular cast iron	GGG	3 b)	ML/MQ	1,434	211	HBW	175	300
11			grey cast iron	GG	3 c)	ML/MQ	1,033	132	HBW	150	240
12						ME	1,465	122		175	275
13						ME					
14						ME					
15		bending	black malleable cast iron	GTS	4 a)	ML/MQ	0,345	77	HBW	135	250
16			nodular cast iron	GGG	4 b)	ML/MQ	0,350	119	HBW	175	300
17			grey cast iron	GG	4 c)	ML/MQ	0,380	134	HBW	200	300
18						ME	0,256	8	HBW	150	240
19						ME	0,200	53		175	275
20						ME					
21	Through hardened wrought steels ^b	contact	carbon steels	V	5	ML	0,983	283	HV	135	210
22						MQ	0,925	360		135	210
23						ME	0,838	432		135	210
24			alloy steels	V	5	ML	1,313	188	HV	200	360
25						MQ	1,313	373		200	360
26						ME	2,213	260		200	360
27		bending	carbon steels	V	6	ML	0,250	108	HV	115	215
28						MQ	0,240	163		115	215
29						ME	0,283	202		115	215
30			alloy steels	V	6	ML	0,423	104	HV	200	360
31						MQ	0,425	187		200	360
32						ME	0,358	231		200	360

Table 1 (continued)

No.	Material	Stress	Type	Abbreviation	Fig.	Quality	A	B	Hardness	Min. hardness	Max. hardness
33	Through hardened cast steels	contact	carbon steels	V	7	ML/MQ	0,831	300	HV	130	215
34				(cast)		ME	0,951	345		130	215
35			alloy steels	V	7	ML/MQ	1,276	298	HV	200	360
36				(cast)		ME	1,350	356		200	360
37		bending	carbon steels	V	8	ML/MQ	0,224	117	HV	130	215
38				(cast)		ME	0,286	167		130	215
39			alloy steels	V	8	ML/MQ	0,364	161	HV	200	360
40				(cast)		ME	0,356	186		200	360
41	Case hardened wrought steels ^c	contact		Eh	9	ML	0,000	1 300	HV	600	800
42						MQ	0,000	1 500		660	800
43						ME	0,000	1 650		660	800
44		bending	core hardness:	Eh	10	ML	0,000	312	HV	600	800
45			≥ 25 HRC, lower			MQ	0,000	425		660	800
46			≥ 25 HRC, upper				0,000	461		660	800
47			≥ 30 HRC				0,000	500		660	800
48						ME	0,000	525		660	800
49	Flame or induction hardened wrought and cast steels	contact		IF	11	ML	0,740	602	HV	485	615
50						MQ	0,541	882		500	615
51						ME	0,505	1 013		500	615
52		bending		IF	12	ML	0,305	76	HV	485	615
53						MQ	0,138	290		500	570
54							0,000	369		570	615
55						ME	0,271	237		500	615
56	Nitrided wrought steels/nitriding steels ^d /through hardening steels ^b nitrided	contact	nitriding steels (a)	NT	13 a)	ML	0,000	1 125	HV	650	900
57				(nitr.)		MQ	0,000	1 250		650	900
58						ME	0,000	1 450		650	900
59		bending	through hardening steels (b)	NV	13 b)	ML	0,000	788	HV	450	650
60				(nitr.)		MQ	0,000	998		450	650
61						ME	0,000	1 217		450	650
62			nitriding steels (a)	NT	14 a)	ML	0,000	270	HV	650	900
63				(nitr.)		MQ	0,000	420		650	900
64						ME	0,000	468		650	900
65			through hardening steels (b)	NV	14 b)	ML	0,000	258	HV	450	650
66				(nitr.)		MQ	0,000	363		450	650
67						ME	0,000	432		450	650
68	wrought steels nitro-carburized ^e	contact	through hardening steels	NV	15	ML	0,000	650	HV	300	650
69				(nitro-car.)		MQ/ME	1,167	425		300	450
70							0,000	950		450	650
71		bending	through hardening steels	NV	16	ML	0,000	224	HV	300	650
72				(nitro-car.)		MQ/ME	0,653	94		300	450
73							0,000	388		450	650
74											
75											

^a In accordance with ISO 4948-2.

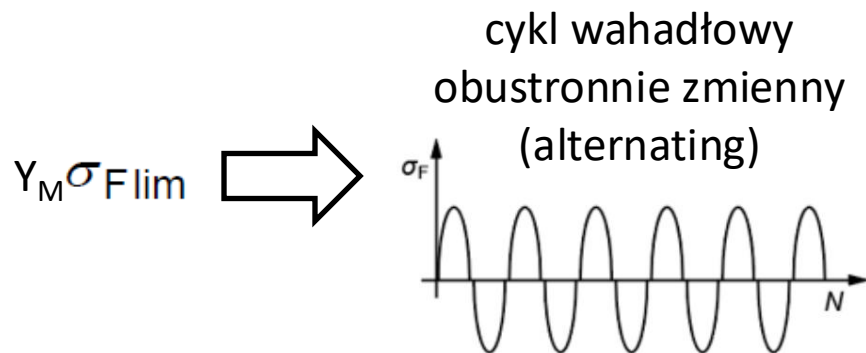
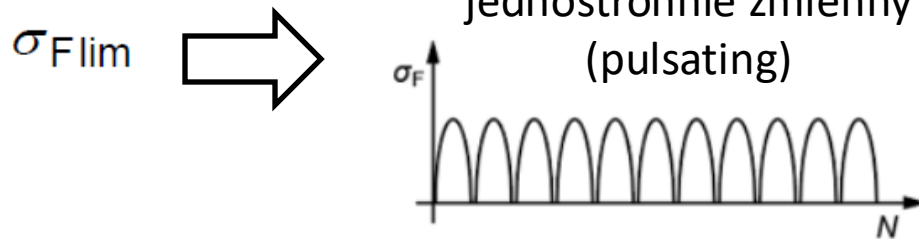
^b In accordance with ISO 683-1.

^c In accordance with ISO 683-11.

^d In accordance with ISO 683-10.

^e In accordance with ISO 683-1, ISO 683-10 or ISO 683-11.

Wytrzymałość i jakość materiałów wg ISO 6336-5

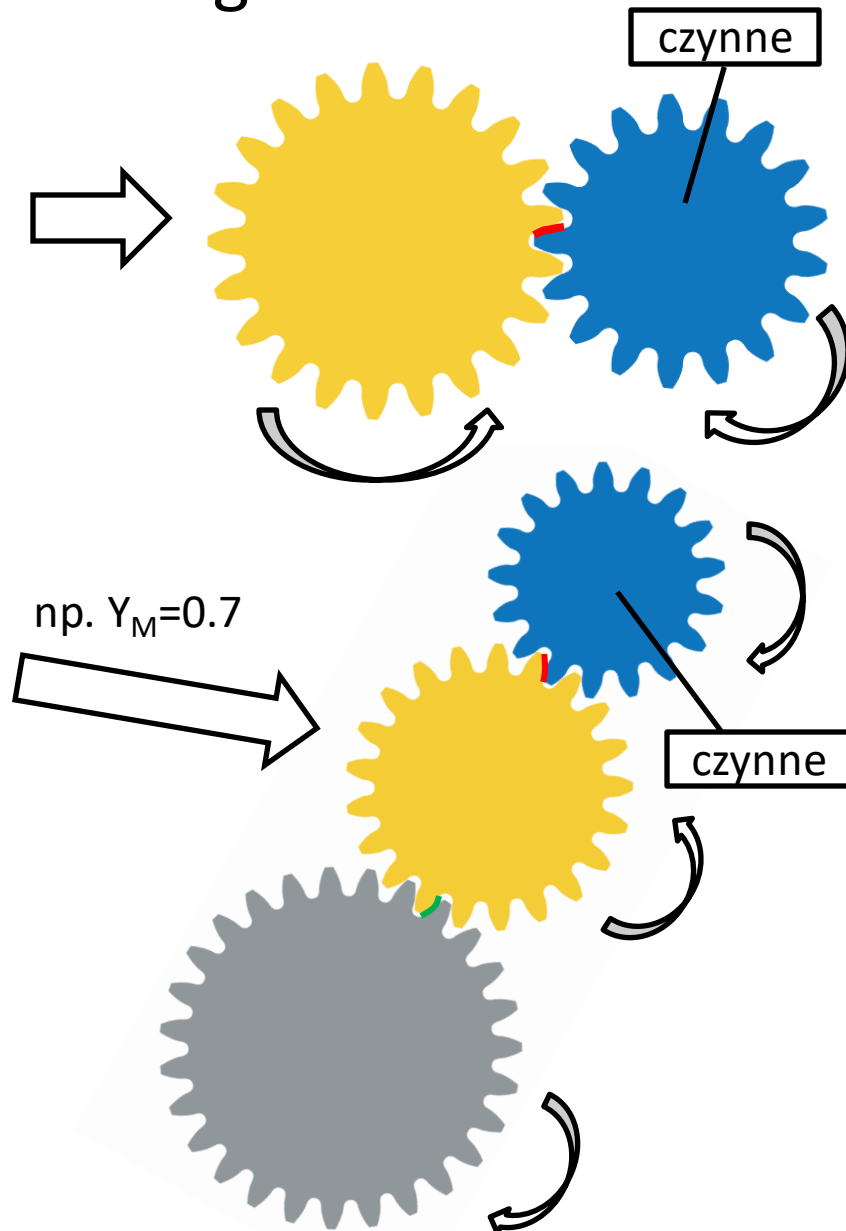


$$Y_M = \frac{1}{1 - R \cdot \frac{1 - M}{1 + M}}$$

$$R = -1,2 \cdot \frac{F_{Rlow}}{F_{Rhigh}}$$

Table B.1 — Mean stress ratio, M

	Endurance limit	Static strength
Case hardened	$0,8 - 0,15 Y_S$	0,7
Case hardened and shot peened	0,4	0,6
Nitrided	0,3	0,3
Induction or flame hardened	0,4	0,6
Not surface hardened steels	0,3	0,5
Cast steels	0,4	0,6



Wytrzymałość i jakość materiałów wg ISO 6336-5

Trzy klasy jakości materiałów:

ML – małe wymagania odnośnie jakości materiału i jego obróbki cieplnej

MQ – wymagania mogące być spełnione przez doświadczonych producentów umiarkowanym kosztem

ME – najwyższa jakość materiału i jego obróbki cieplnej gdy wymagany jest wysoki stopień niezawodności



**POLITECHNIKA
RZESZOWSKA**
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA



**WYDZIAŁ
BUDOWY MASZYN
I LOTNICTWA**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Dziękuję za uwagę!

dr inż. Michał Batsch